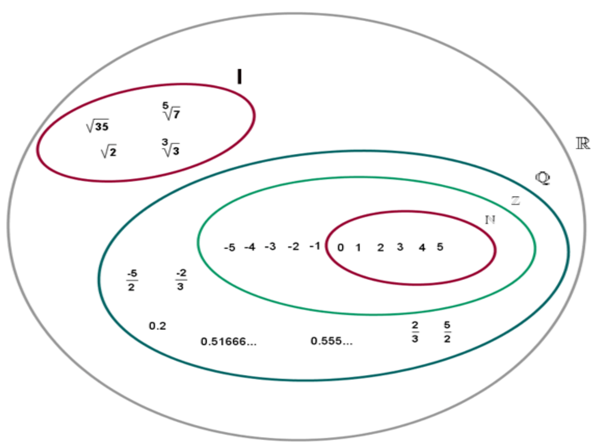
Fecha: _________________ Nombre del estudiante: ____
Grado: ____ Maestro: DIANA MARCELA AGUIRRE BERMÚDEZ Duración: ___________
Eje Articulador: Pensamiento numérico y sistemas de numeración; Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

METAS DE CALIDAD	VALORACIÓN	FIRMA DE ACUDIENTES
• Potencio operaciones de pensamiento mediante los conocimientos sobre los números racionales e irracionales, sus representaciones, operaciones y propiedades al aplicarlos en la resolución de problemas dando argumentaciones a sus respuestas. • Desarrollo procesos lógicos del pensamiento para aprender sobre igualdades con una o más variables de exponente uno, mejorando mis operaciones intelectuales. • Mejor mi voluntad al demostrar hábitos queme permitan la apropiación y ejercitación del conocimiento de los números reales y las ecuaciones lineales.		

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

El **conjunto formado** por los números **racionales** e **irracionales** es el conjunto de los ***números reales***, se designa por $\mathbb{R}$



CONJUNTO DE NÚMEROS NATURALES

Los **números naturales** son aquellos que permiten contar los elementos de un conjunto. Se trata del primer conjunto de números que fue utilizado por los seres humanos para contar objetos. Uno (1), dos (2), cinco (5) y nueve (9), por ejemplo, son números naturales.

Siempre que se suman un par de números naturales se obtiene como resultado un número natural, lo mismo sucede cuando se multiplican dos números naturales. Sin embargo, cuando se realiza una sustracción o una división entre números naturales, puede suceder que el resultado no pertenezca a los números naturales.

CONJUNTO DE NÚMEROS ENTEROS

Los **números enteros** son un conjunto de números que incluye a los números naturales distintos de cero (1, 2, 3, ...), los negativos de los números naturales (..., −3, −2, −1) y al cero, 0. Los enteros negativos.
Formalmente se define este conjunto de números con la siguiente expresión.

$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^{-} \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^{+}$

Dado que los enteros contienen los enteros positivos, se considera a **los números naturales son un subconjunto de los enteros.** $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

El valor absoluto de un número entero es el número natural que resulta al prescindir de su signo. Geométricamente el valor absoluto de un entero a es la distancia a y 0 y se nota $|a|$.

CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONALES

Un número racional es todo número que puede representarse como el cociente de dos enteros, con denominador distinto de cero. Se representa por $\mathbb{Q}$.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \;/\; a \in \mathbb{Z};\; b \in \mathbb{Z};\; b \neq 0 \right\}$$

Los números racionales pueden ser positivos o negativos.

TODOS LOS NÚMEROS ENTEROS SON RACIONALES PERO NO TODOS LOS NÚMEROS RACIONALES SON ENTEROS.

Operaciones con números racionales

✓ *SUMA Y RESTA DE NÚMEROS RACIONALES*

Con el mismo denominador

Se suman o se restan los numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \qquad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

$$\frac{5}{7}+\frac{1}{7}=\frac{6}{7} \qquad \frac{5}{7}-\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$$

Con distinto denominador

En primer lugar se reducen los denominadores a común denominador, y se suman o se restan los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d} \qquad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\ d-b\ c}{b\cdot d}$$

$$\frac{5}{4}+\frac{1}{6}=\frac{15+2}{12}=\frac{17}{12} \qquad \frac{5}{4}-\frac{1}{6}=\frac{15-2}{12}=\frac{13}{12}$$

Propiedades de la suma de números racionales

1. ***INTERNA:***

$a + b \in \mathbb{Q}$

2. **ASOCIATIVA**:

$(a + b) + c = a + (b + c)\cdot$

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)$$

$$\frac{2+1}{4}+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}+\frac{2+3}{8}$$

$$\frac{3}{4}+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}+\frac{5}{8} \qquad \frac{6+3}{8}=\frac{4+5}{8} \qquad \frac{9}{8}=\frac{9}{8}$$

3. **CONMUTATIVA**:

$a + b = b + a$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{2+1}{4}=\frac{1+2}{4} \qquad \frac{3}{4}=\frac{3}{4}$$

4. **ELEMENTO NEUTRO**:

$a + 0 = a$

$$\frac{3}{4}+0=\frac{3}{4}$$

5. **ELEMENTO OPUESTO**

$a + (-a) = 0$

$$\frac{3}{4}+\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{3-3}{4}=\frac{0}{4}=0$$

El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número.

$$-\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{4}$$

✓ *MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES*

El producto de dos números racionales es un racional cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

$$\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{6}=\frac{5}{24}$$

✓ *OPERACIONES COMBINADAS EN EL CONJUNTO DE LOS ENTEROS Y LOS RACIONALES*

Propiedades de la multiplicación de números racionales

1. **INTERNA**:

$a \cdot b \in \mathbb{Q}$

2. **ASOCIATIVA**:

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}\right)$

$\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{20}$ $\quad \frac{3}{40}=\frac{3}{40}$

3. **CONMUTATIVA:**

$a \cdot b = b \cdot a$

$\frac{3}{8}\frac{1}{5}=\frac{1}{5}\frac{3}{8}$ $\quad \frac{3}{40}=\frac{3}{40}$

4. **ELEMENTO NEUTRO**:

$a \cdot 1 = a$

$\frac{3}{8}\cdot 1=\frac{3}{8}$

5. **ELEMENTO INVERSO**:

$a\cdot\frac{1}{a}=1$

$5\cdot\frac{1}{5}=1$

6. **DISTRIBUTIVA**:

$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{7}{4}=\frac{1}{8}+\frac{3}{4}$ $\quad \frac{7}{8}=\frac{7}{8}$

7. **SACAR FACTOR OMÚN**:

$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)$

✓ *DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES*

El cociente de dos números racionales es el producto del primero por el inverso multiplicativo del segundo.

$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$

$\frac{5}{7}:\frac{1}{6}=\frac{30}{7}$

✓ *OPERACIONES COMBINADAS EN EL CONJUNTO DE LOS ENTEROS Y LOS RACIONALES*

Para efectuar operaciones combinadas se debe tener en cuenta el orden en que se resuelven dichas operaciones.
El orden de las operaciones se plantea a continuación.

a. Se desarrollan las operaciones que están indicadas dentro de los paréntesis.
b. Se realizan las multiplicaciones y las divisiones en orden de izquierda a derecha.
c. Se realizan las sumas y las restas de izquierda a derecha.

ACTIVIDAD 1

1.Representa en la recta numérica las siguientes fracciones.

a. $\frac{3}{8}$ b. $\frac{1}{4}$ c. $\frac{3}{5}$ d. $\frac{7}{6}$ e. $\frac{6}{2}$ f. $\frac{9}{4}$

2. Calcula las siguientes operaciones con números racionales:

a. $\left(3+\frac{1}{4}\right)-\left(2+\frac{1}{6}\right)=$

b. $\frac{1}{2}:\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=$

c. $\left(\frac{5}{3}-1\right)\cdot\left(\frac{7}{2}-2\right)=$

d. $\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right):\left(\frac{5}{3}+\frac{1}{6}\right)=$

e. $\frac{\frac{1}{2}}{3}=$

f. $\frac{3}{\frac{1}{2}}=$

g. $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{1}{7}}=$

h. $\frac{\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{5}{6}-\frac{1}{3}}=$

i. $\frac{-1+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}}{2-\frac{1}{4}}=$

j. $1-\frac{1}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{2}}}=$

k. $1\frac{1}{6}\times\frac{12}{7}\times\frac{14}{2}$

l. $1\frac{1}{2}\times\frac{4}{6}\times2\frac{2}{5}\times2\frac{1}{2}$

m. $2\times7\frac{3}{5}\times1\frac{6}{19}\times\frac{3}{4}$

n. $\frac{3}{8}(4-2)+\frac{5}{16}(8-4)$

o. $\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{2}+\frac{7}{10}\right)\div\left(\frac{3}{4}\right)$

p. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right)$

q. $\frac{3}{7}(2)-\frac{5}{14}(4)$

r. $\frac{5}{4}-\left\{\left[-\frac{2}{5}+\left(\frac{8}{3}\times\frac{1}{7}\right)\right]+\frac{2}{35}\right\}$

s. $\frac{-5}{3}\div\left\{\frac{5}{6}+\left[\frac{3}{5}-\left(\frac{4}{7}\div\frac{2}{9}\right)\right]+6\right\}$

t. $\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{6}\right)-\left[-\left(\frac{1}{7}\div\frac{2}{6}\right)+\frac{5}{4}\times\frac{1}{9}\right]$

u. $-6+\left[\frac{7}{2}\div\left(\frac{4}{3}+\frac{1}{9}\right)\right]+19$

v. $\frac{5}{8}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}-\frac{2}{3}$

w. $\frac{7}{12}+\frac{3}{8}-\frac{1}{20}$

x. $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$

y. $\frac{5}{4}+\frac{7}{8}+\frac{1}{16}$

z. $7\frac{1}{2}-1\frac{2}{5}+\frac{9}{10}$

3. Resuelve las siguientes situaciones problema:

a. Agustín se ejercita caminando todas las tardes de la semana para mejorar su presión arterial, entre semana camina $\frac{1}{2}$ mientras que el fin de semana camina $\frac{3}{4}$ de hora. ¿Cuánto tiempo invierte Agustín en caminar?

b. Jorge y David deciden juntar parte de sus ahorros para comprar un nuevo juego de video, Jorge aporta $\frac{1}{3}$ de \$ 3.000, mientras que David aporta $\frac{3}{5}$ de \$ 2.000, ¿cuál fue el costo del juego de video?

c. Roberto divide su sueldo de la siguiente forma, $\frac{1}{3}$ a alimentación, $\frac{1}{2}$ al pago de renta y servicios y $\frac{1}{6}$ a diversión. Si Roberto recibe en un mes \$ 120.000, ¿cuánto dinero asigna a cada obligación?

d. ¿Cuál es la velocidad por hora de un automóvil que en $2\frac{1}{2}$ horas recorre 120 kilómetros?

EXPRESIÓN DECIMAL DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Un número decimal o fracción decimal es el cociente de números racionales o el resultado de una fracción común. Existen dos tipos de números decimales, los exactos y los inexactos.

✓*NÚMEROS DECIMALES EXACTOS*

Son aquellos que tienen un número finito de cifras decimales.
Ejemplo:
0,25, es un número de 2 cifras decimales
0,732, tiene 3 cifras decimales
2,1, tiene una cifra entera y una decimal

✓*NÚMEROS DECIMALES INEXACTOS*

Son aquellos que tienen un número infinito de cifras decimales. En estos números, los puntos suspensivos indican que existe un número infinito de cifras o que el residuo de la división nunca es cero
Ejemplo
0.96525…, 0,85858585…, 6,333333…

✓*NÚMEROS DECIMALES INEXACTOS PERIÓDICOS*

Decimal que tiene una o más cifras que se repiten indefinidamente después del punto o de una cierta cifra decimal. La cifra o cifras repetidas reciben el nombre de periodo.
Ejemplo:
Los decimales periódicos se expresan de la siguiente forma:
0,33333… = $0,\overline{3}$, en este ejemplo el periodo consta de una cifra.
0,32565656…= $0,32\overline{56}$, el periodo es 56 y la parte no periódica es 32.
5,315024024024… = $5,31\overline{024}$, 5 es la parte entera, 315 la decimal y 024 el periodo.

NÚMEROS IRRACIONALES (NÚMEROS DECIMALES INEXACTOS NO PERIÓDICOS)

El conjunto formado por las expresiones no periódicas con infinito número de cifras decimales se denomina el conjunto de los números **irracionales.** Este conjunto se nota con la letra ***I.***
Estos números no se expresan como el cociente de dos números.
Ejemplo:
$\sqrt{2}$ = 1,414213…
π = 3,141592654…

ACTIVIDAD 2

1. Responde:

a. ¿Cómo se realizan las cuatro operaciones básicas con números decimales?
b. ¿Cuál es la fracción generatriz? Da 5 ejemplos.
c. ¿Cómo se pasa un número decimal a un número racional y viceversa?

2. Efectúa las siguientes operaciones

a. 5,7 + 39,4 + 4,0318 + 21,68
b. 481,08 + 0,216 + 39,5 + 26,49 + 0,8347
c. 5276,2369 – 4998,269889
d. 4875,0086 – 2356,54
e. 28,05 x 0,0025
f. 42,25 x 6,2
g. 58,608 x 2,007
h. 58,76 ÷ 12
i. 23,56 ÷ 10
j. 496,5 ÷ 2,086

3. Convierte a número decimal o las siguientes fracciones

a. $\frac{1}{3}$
b. $\frac{3}{8}$
c. $\frac{1}{10}$
d. $5\frac{11}{30}$
e. $2\frac{7}{8}$
f. $4\frac{7}{12}$

4. Marca con una X las fracciones que representan números decimales periódicos infinitos.

$\frac{25}{14}$	$\frac{17}{50}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{9}{5}$
$\frac{3}{12}$	$\frac{45}{23}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{12}{7}$
$\frac{40}{50}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{64}{18}$	$\frac{19}{5}$

5. Resuelve las siguientes situaciones problema.

a. Tania fue al mercado y compró 2,5 kilogramos de papa, 1,5 kilogramos de aguacate, 0.50 kilogramos de limón y 6,5 kilogramos de naranja. ¿Cuál es el peso total de la mercancía que compró Tania?

b. Una computadora tiene un disco duro de 368 MB de memoria, si varios programas ocupan 128. 75 MB, ¿qué cantidad de memoria está libre?

c. Los nutriólogos recomiendan que una persona debe tomar en promedio 2.5 litros de agua en un día, para que esté bien hidratada. ¿Cuántos litros de agua debe tomar una persona en un mes para que cumpla con una buena hidratación? (considera un mes igual a 30 días).

d. Cuatro amigos compraron en el supermercado 3 refrescos de $14.50 cada uno, 2 bolsas grandes de papas de $28.50 cada una, 3 bolsas de cacahuates de $6.75 cada una, un paquete de vasos desechables de $9.25 y un paquete de platos de $18, si el gasto se lo repartieron en partes iguales, ¿cuánto le tocó aportar a cada uno?

e. Javier y sus cuatro amigos deciden ir a ver un partido de futbol. Para llegar toman diversos transportes que cobran por persona: $4.50, $2.50 y $3.50. Si Javier pagó los pasajes con un billete de $100, ¿cuánto le sobro?

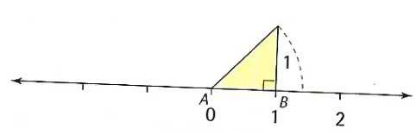
6. Convierte los siguientes números decimales a fracciones comunes.

a. 0.20
b. 0.005
c. 0.66
d. 1.346
e. 3.08
f. 0.25

7. *CONSTRUCCIÓN DE NÚMEROS IRRACIONALES*

Paso 1. *Sobre la recta numérica se señala* $\overline{AB}$ *, en donde el punto A corresponde al número cero y el punto B al número uno.*

Paso 2. *Se dibuja* $\overline{BC}$, *perpendicular a* $\overline{AB}$ *y de longitud uno. Se forma* $\overline{CA}$.



La longitud $\overline{CA}$ *se halla aplicando el teorema de Pitágoras.*

$\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$

$\overline{CA}^2 = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

Paso 3. *Se construye* $\overline{CD}$ *perpendicular a* $\overline{CA}$ *y de longitud uno.*

Luego, se construye el segmento $\overline{DA}$.

Por Pitágoras

$\overline{DA}^2 = \overline{CA}^2 + \overline{CD}^2$

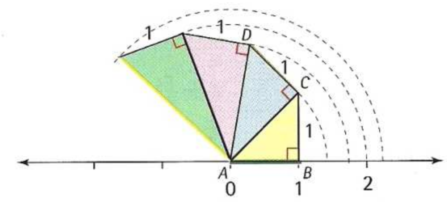
$\overline{DA}^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$

$\overline{DA}^2 = 2 + 1$

$\overline{DA}^2 = \sqrt{3}$

Paso 4. *Se construye un segmento perpendicular a $\overline{DA}$ con longitud uno y se usa el teorema de Pitágoras para hallar su longitud. Se repite el procedimiento. Cada segmento trazado desde A tendrá longitud 4, 5, 6, 7 y así sucesivamente.*

Paso 5. *Se traslada cada longitud de los segmentos con origen A, sobre la recta numérica. Así se encuentra el punto sobre la recta, que corresponde a cada número irracional.*



a. Repite el procedimiento anterior y ubica en la recta numérica las raíces cuadradas desde 2 hasta 20.

b. ¿Cómo es la figura que se obtuvo?

<u>NOTACIÓN CIENTÍFICA</u>

La notación científica se utiliza para expresar cantidades en función de potencias de 10 y por lo regular se usa para cantidades muy grandes o muy pequeñas.

✓ *<u>Potencias de 10</u>*

$0.1 = 10^{-1}$	$10 = 10^{1}$
$0.01 = 10^{-2}$	$100 = 10^{2}$
$0.001 = 10^{-3}$	$1000 = 10^{3}$
$0.0001 = 10^{-4}$	$10000 = 10^{4}$
$0.00001 = 10^{-5}$	$100000 = 10^{5}$

Para expresar una cantidad en notación científica el punto se corre una posición antes de la primera cifra, si la cantidad es grande, o un lugar después de la primera cifra so la cantidad es pequeña. El número de lugares que se corre el punto decimal es el exponente de la base 10.

El número $a \times 10^{n}$ se expresa en forma desarrollada de las siguientes formas:

- Si el exponente n es positivo, entonces indica el número de posiciones que se debe correr el punto decimal a la derecha y los lugares que uno tengan cifra son ocupados por ceros.
- Si el exponente n es negativo, entonces indica el número de posiciones que se debe correr el punto decimal a la izquierda y los lugares que no tengan cifra son ocupados por ceros.
- Otra forma de convertir un número en notación científica a notación desarrollada, es realizar la multiplicación por la potencia de 10 indicada.

Ejemplos:

$234\,5000 = 2.345 \times 10^{6}$	$0.043 = 4.3 \times 10^{-2}$
$25\,300 = 2.53 \times 10^{4}$	$0.000\,000\,386 = 3.86 \times 10^{-7}$
$820\,000 = 8.2 \times 10^{5}$	$0.000\,052 = 5.2 \times 10^{-5}$

✓ *<u>ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN</u>*

Para efectuar estas operaciones es necesario que la base 10 tenga el mismo exponente.

$$a \times 10^{n} + c \times 10^{n} = (a + c) \times 10^{n}$$

Cuando los exponentes de la base 10 sean diferentes, se recorre el punto decimal para igualarlos y después se efectúa la operación.

Ejemplo:

$$3.5 \times 10^{-6} + 1.83 \times 10^{-6} = (3.5 + 1.83) \times 10^{-6} = 5.33 \times 10^{-6}$$

$$1.34 \times 10^{6} + 2.53 \times 10^{5} = 13.4 \times 10^{5} + 2.53 \times 10^{5} = (1.34 + 2.53) \times 10^{5} = 15.93 \times 10^{5}$$

$$1.34 \times 10^{6} = 1.340.000 = 13.4 \times 10^{5}$$

✓ *<u>MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN</u>*

Para multiplicar o dividir un número en notación científica por o entre un número real cualquiera, se efectúa sólo a la primera parte del número.

$a(b \times 10^n) = (a \times b) \times 10^n$; $b \times 10^n / a = (a \div b) \times 10^n$ con $a \neq 0$ para la división

Ejemplo:

$$3(5.2 \times 10^7) = 3(5.2) \times 10^7 = 1.56 \times 10^8$$

$$3.5 \times 10^{-6} /5 = \frac{3.5}{5} \times 10^{-6} = 0.7 \times 10^{-7}$$

Para multiplicar o dividir números escritos en notación científica, se efectúa la multiplicación o división en las partes y para la base 10 se aplican las leyes de los exponentes.

$$(a \times 10^m)(b \times 10^n) = (a \times b) \times 10^{m+n} \quad a \times 10^m/b \times 10^n = a \div b \times 10^{m-n}$$

Ejemplo:

$$(8.2 \times 10^{-5})(4.1 \times 10^{-3}) = (8.2 \times 4.1) \times 10^{-5+(-3)} = 33.62 \times 10^{-7}$$

ACTIVIDAD 3

1. Expresa en notación científica las siguientes cantidades:
   a. 4.350
   b. 16.000
   c. 95.480
   d. 237.000
   e. 670200
   f. 350.000 000
   g. 534. 2000
   h. 186.000 000
   i. 0.176
   j. 0.0889
   k. 0.00428
   l. 0.000326

2. Efectúa las siguientes operaciones
   a. $3.18 \times 10^6 + 1.93 \times 10^6$
   b. $13.1 \times 10^6 - 0.29 \times 10^7$
   c. $7.023 \times 10^3 + 1.03 \times 10^2 - 4.002 \times 10^3 - 0.023 \times 10^2$
   d. $1.1 \times 10^4 + 0.91 \times 10^4$
   e. $4.2(3.52 \times 10^8)$
   f. $3.27 \times 10^8 / 3$
   g. $(1.26 \times 10^{-5})(1.04 \times 10^{-3}) / (2.73 \times 10^{-3})(1.2 \times 10^{-4})$
   h. $1.25 \times 10^{-6}(7 \times 10^9 + 1.2 \times 10^{10})$

3. Responde las siguientes preguntas:
   a. ¿Para qué se emplea la notación científica y cuál es su propósito?
   b. ¿Qué es una función?
   c. ¿Cómo se gráfica una función? Da 3 ejemplos
   d. ¿Cuáles son las variables dependientes y cuáles las independientes en una función? Ejemplifica tu respuesta.
   e. ¿cuándo una función es constante?

FUNCIÓN

Una función es la relación que existe entre dos conjuntos, de manera que a los elementos de *x* les corresponde a lo más un elemento de *y*. Se denota por:

$$Y = f(x)$$

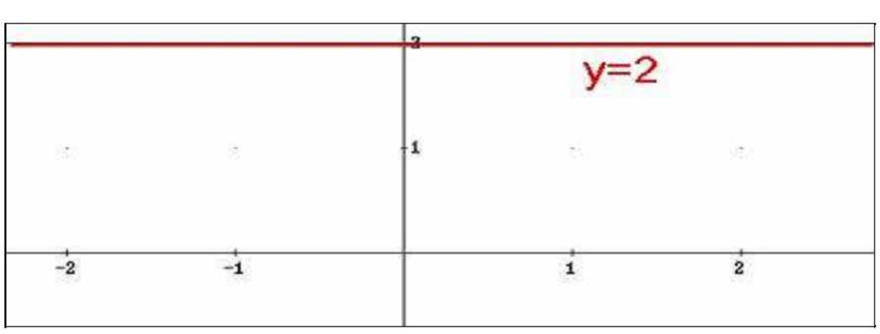
Se lee *y* es igual a *f* de *x*

Donde: *x*: variable independiente
Y: variable dependiente
F(x): regla de correspondencia.

✓ *FUNCIÓN CONSTANTE*

Una función constante es una función cuya fórmula es *Y = K*, donde *K* es un número real. La representación gráfica es una línea recta paralela al eje *X*, sobre la ordenada *K*.

Ejemplo:



✓ <u>REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN</u>

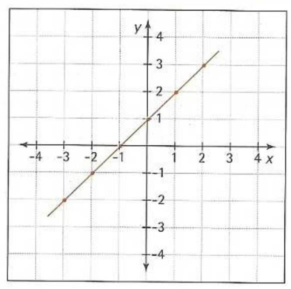
Una función se puede representar utilizando una tabla de valores, una gráfica y una expresión algebraica.

Ejemplo

Tabla de valores

x	y
-2	-1
-1	0
0	1
1	2
2	3
3	4
:	:
:	:

Representación gráfica



Expresión algebraica

$y = x + 1$

o

$f(x) = x + 1$

Por ejemplo,

$f(-2) = -1$

$f(0) = 1$

$f(2) = 3$

Así, dadas dos magnitudes, existen diversas representaciones para una función:

- Representación verbal o lenguaje ordinario: un texto o frase que relacione las dos variables.
- Representación tabular o lenguaje numérico: una tabla de valores que relacione las dos variables.
- Representación algebraica: una expresión algebraica que relacione las dos variables.
- Representación gráfica: una gráfica que relacione las dos variables.

ACTIVIDAD 4

1. ¿Una ecuación de la forma $X = K$ es una función?
2. Subrayar en las siguientes ecuaciones la variable independiente con color rojo y la variable dependiente con color azul

a. $y = 5x + 4$
b. $t = 15X + 6$
c. $w = \frac{3}{5}S$
d. $v = 5g$
e. $n = 2m + 6$
f. $g = 3h + 6$

3. en la fabricación de una torta para cinco personas, la receta muestra que se necesitan $100 cm^3$ de leche.

a. Realiza una tabla y una gráfica que muestre la cantidad de leche necesaria en la fabricación de una torta para 5, 10, 15, 20 y 25 personas.

b. Si la receta es para 100 personas ¿cuántos mililitros de leche se necesitan?

<u>FUNCIÓN LINEAL</u>

Se establece una función lineal entre dos variables x y y cuando se cumple que: $\boldsymbol{y = mx}$

Donde m es un número real. La representación gráfica de la función lineal es una recta que pasa por el origen de coordenadas.

La función lineal también se expresa como: $\boldsymbol{f(x) = mx}$

Una función es **AFÍN** si su expresión algebraica es de la forma $\boldsymbol{y = mx + b}$, donde m y b son números reales y su representación gráfica es una línea recta que no pasa por el origen.

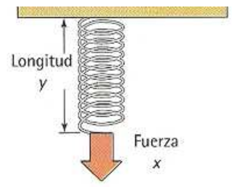
Es por esta razón que la expresión $y = mx + b$ se denomina **ECUACIÓN DE LA RECTA.**

en esta ecuación m es la pendiente y b es el valor de y en el cual la recta corta al eje y, este valor se llama *y-intercepto.*

Ejemplo

La tabla muestra los valores de la longitud de un resorte y, para cada valor de la fuerza aplicada x, para estirarlo.

Fuerza (Newton), x	0	5	10	15	20
Longitud (cm), y	20	30	40	50	60



a. Representar los datos en el plano cartesiano.
b. Escribir una expresión algebraica para la relación entre la fuerza y la longitud.
c. Determinar si la función es una función lineal o es una función afín.

Solución

a. En la figura 4 se muestra la gráfica en el plano cartesiano para los pares ordenados que corresponden a cada valor de la fuerza x, y su respectivo valor de la longitud del resorte y.
b. Para obtener los valores de la longitud y, a partir de los valores de la fuerza x, se multiplica cada valor de la fuerza por 2 y se le suma 20, por tanto,

$$y = 2x + 20$$

Por ejemplo, para $x = 10$, se tiene que $y = 2 \times 10 + 20 = 40$

c. La función es afín puesto que su representación gráfica en el plano cartesiano, es una recta que no pasa por el origen y además se expresa de la forma

$$y = mx + b$$

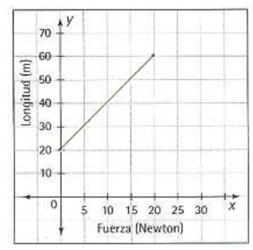


Figura 4

La pendiente de una recta indica el número de unidades que incrementa o disminuye *y, cuando x* aumenta. La ordenada al origen es la distancia del origen al punto (0,*b*), este punto se encuentra sobre el eje *Y*, y es la intersección con la recta.
Si **P$_1$** y **P$_2$** son puntos de una recta representada por las coordenadas (X_1, Y_2) y (X_2, Y_2) respectivamente, se define la pendiente **m** de la recta como: m = $\frac{\mathbf{y^2 - y^1}}{x^2 - x^1}$

Ejemplo

. **Determinar la pendiente de la recta que representa cada función.**

a. $f(x) = 3x + 4$ b. $f(x) = -3x + 2$

Solución

a. Como los puntos (0, 4) y (1, 7) pertenecen a la recta que representa la función $f(x) = 3x + 4$,

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 4}{1 - 0} = 3$$

La pendiente de la recta que representa la función $f(x) = 3x + 4$ es 3.

b. Como los puntos (0, 2) y (1, −1) pertenecen a la recta que representa la función $f(x) = -3x + 2$,

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 2}{1 - 0} = -3$$

La pendiente de la recta que representa la función $f(x) = -3x + 2$ es −3.

Si dejamos como variable el P(x ; y) y fijo el P$_1$(x$_1$; y$_1$) $\Rightarrow m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ $\Rightarrow \boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$ Se llama <u>**ECUACIÓN PUNTO PENDIENTE DE LA RECTA.**</u>

Ejemplo: Halle la pendiente de la recta y su ecuación si pasa por los puntos (2, 5) y (4, -2).

Solución: Hallamos m y escogemos uno de los dos puntos (2, 5) así, $m = \frac{5 - (-2)}{2 - 4} = \frac{7}{-2} = -\frac{7}{2}$

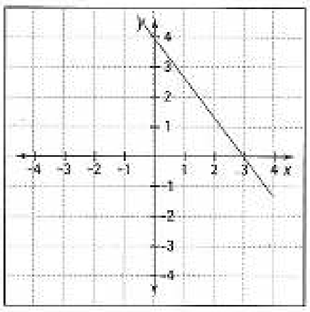
$$\Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 5 = -\frac{7}{2}(x - 2) \Rightarrow 2y - 10 = -7(x - 2) \Rightarrow 2y - 10 = -7x + 14$$

La <u>**ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA**</u> esta dada por AX + BY = C. esta se puede expresar en forma explicita despejando la variable, así: Y=- $\frac{A}{B}X$ + $\frac{A}{B}$

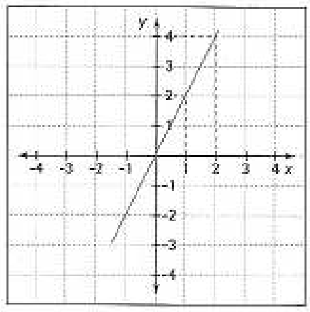
ACTIVIDAD 5

1. Determina la pendiente de la recta que pasa por los puntos:
   a. A(-2,4) y B(6,12)
   b. M(1,5) y B(2,-7)
   c. R(-4,-2) y B(5,6)
   d. A(- $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$) y B($\frac{3}{10}$, $\frac{1}{2}$)
2. Calcula la pendiente de cada recta según la gráfica

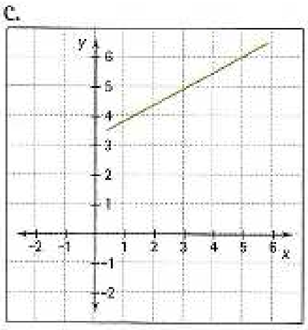
a.



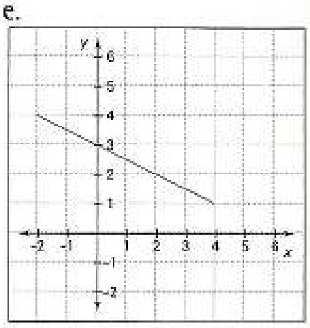
b.



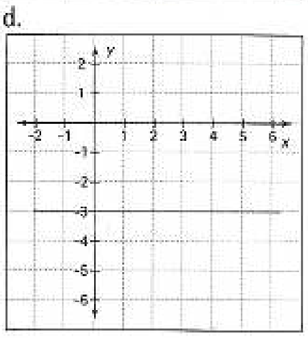
c.



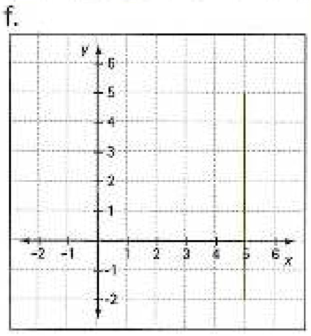
e.



d.



f.



3. Halla la ecuación de la recta con las siguientes condiciones:

1. Pasa por los puntos (1, -3) y (-3, 2)
2. Pasa por el punto (4, 3) y su pendiente es 3/2
3. Pasa por los puntos (1, 0) y (2,1)
4. Pasa por el punto (-2, -5) y su pendiente es -3
5. Su pendiente es 5 y la ordenada en el origen es 5/2

4. Grafica la siguientes rectas y pasa su ecuación a la forma explicita.

1. $2x+3y=6$
2. $x-3y=3$
3. $2x-y=-4$
4. $3x-2y=-9$

5. Halla la ecuación que pasa por cada par de puntos
   a. (1,3) (2,4)
   b. (3,6) (5,4)
   c. $(4/5, -8)\left(\frac{-1}{5}, \frac{5}{3}\right)$
   d. (3,6) (-2,-1)

6. Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos de cada tabla

a.

x	1	2	3
y	2	4	6

b.

x	−1	0	1
y	−1	3	7

c.

x	−1	−3	0
y	−7	−17	−2

d.

x	−2	−3	−4
y	5	8	11

7. Resuelve las siguientes situaciones problema:

La ecuación $L = \frac{1}{10}t + 1{,}8$ representa el crecimiento de camarones juveniles en una etapa de su vida.

a) Representa, en un sistema de coordenadas, el crecimiento de los camarones durante los 15 primeros días de vida, sabiendo que en el eje de las abscisas puedes indicar el tiempo t (en días) y en el de las ordenadas, la longitud total L e los camarones (en mm).

b) ¿Cuántos días tendrán que transcurrir para que la longitud de los camarones sea de 3,0 mm?

c) ¿Qué longitud tenían los camarones en el momento de: nacer?, a los 5 días de nacidos?, a los 10 dias?, a los 20 dias?

b.

La fórmula $F = \frac{9}{5}C^{o} + 32$ permite convertir temperatura de grados Celsius a grados Fahrenheit.

a) ¿Cuál es la variable dependiente y cuál la independiente?

b) Utiliza la fórmula para completar la tabla.

C°	5	10	0	100			15
F					90	0	

c.

La administración de una empresa paga a sus trabajadores un salario mensual de P pesos ($P). Este salario es el resultado de una asignación fija de $ 500.000, más $2.500 por cada una de las horas (h) extras que trabaja.

a) Escribe la ecuación de la función que relaciona el salario P con la cantidad h de horas extras realizadas por un trabajador.

b) Calcula el salario devengado por un trabajador en un mes si trabajó 30 horas extras.

c) Al finalizar otro mes el trabajador devengó $ 550000. ¿Cuántas horas extras trabajó ese mes?

d.

A medida que el tiempo pasa, desde el momento de compra hasta el momento de venta, una máquina se deprecia, es decir va perdiendo su valor. Una empresa calculó que el valor de una máquina, al finalizar t años, estaba dada por la ecuación y = 15.000 – 1.500t, donde y representa el precio de la máquina en dólares.

a) ¿Cuál fue el costo inicial de la máquina?

b) ¿Cuál es el precio de la máquina a los dos años de haber sido comprada?

c) Representa gráficamente la función que representa la relación precio -tiempo transcurrido.

Fecha: ________________ Nombre del estudiante: ____
Grado: ____ Maestro: DIANA MARCELA AGUIRRE BERMÚDEZ Duración: __________
Eje Articulador: Pensamiento espacial y sistemas geométricos – pensamiento métrico y sistemas de medidas.

METAS DE CALIDAD	VALORACIÓN	FIRMA DE ACUDIENTES
• Identifico los tipos de ángulos especiales y los aplico en la formulación de hipótesis, contrastaciones, fortaleciendo las operaciones de pensamiento. • Aplico conocimiento de ángulos especiales al resolver situaciones problema que permiten fortalecer operaciones de pensamiento. • Ejemplifico los tipos de ángulos especiales argumentando en forma moral con fluidez y claridad.		

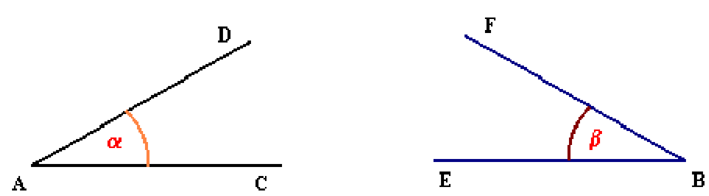
ÁNGULOS Y SUS CARACTERÍSTICAS

Generalidades

Un ángulo es la unión de dos semirrectas son un punto común. Las semirrectas son los lados del ángulo y el punto común es el vértice.
Para nombrar un ángulo, se ubican dos puntos sobre las semirrectas y se nombran los tres puntos de tal manera que el vértice quede en el centro. También puede usarse la letra que corresponde al vértice o una letra griega.
Los ángulos se miden usando el **sistema sexagesimal**: la circunferencia se divide en 360 partes iguales o grados (360°) y cada grado se divide en sesenta partes iguales o minutos (60'), a su vez, cada minuto se divide en sesenta partes iguales o segundos (60'').
Los ángulos pueden ser **cóncavos** (de 0° a 180°) o **convexos** (de 180° a 360°). A su vez, los ángulos cóncavos pueden ser **agudos** (entre 0° y 90°), **rectos** (90°) u **obtusos** (de 90° a 180°).
Los ángulos son la base de la geometría y son utilizados a menudo en Matemáticas y Física.

Congruencia de ángulos

Dos ángulos son congruentes cuando tienen la misma amplitud.

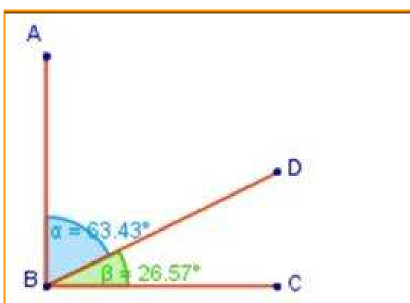
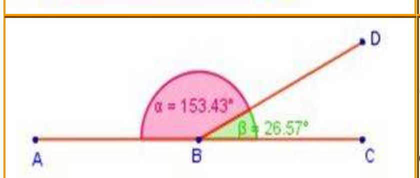


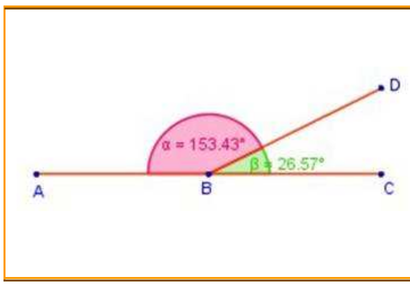
Donde: α = β

Clasificación de los ángulos

Los ángulos se clasifican según su posición, su medida o la suma de ellos.
En casi todas las figuras geométricas donde intervengan rectas aparecen ángulos, los cuales es posible relacionar en cuanto a sus dimensiones y a su posición en el plano.

Así, dos ángulos pueden ser entre sí **complementarios, suplementarios o adyacentes.**

	**Dos ángulos son complementarios** si la suma de sus medidas es 90° **α + β son complementarios** **α + β= 90°**
	**Dos ángulos son suplementarios** si la suma de sus medidas es 180° **α + β son suplementarios** **α + β = 180°**



Dos ángulos son adyacentes si tienen un lado en común y los otros dos están en la misma recta.
a es adyacente con b Û A, B, C son colineales (están en la misma recta), BD lado común para a y b
Los ángulos adyacentes son suplementarios.

ACTIVIDAD 1

1. Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda. Justifica tu respuesta.

a. Si dos ángulos son complementarios, entonces son agudos ______________________________
____
b. Dos ángulos rectos son congruentes ____
____

c. Los complementos de ángulos congruentes son congruentes____________________________
____
d. Algunos ángulos adyacentes son suplementarios_____________________________________
e. ____
f. Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.__________________________________
____

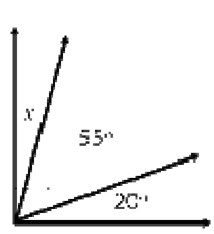
2. Resuelve cada situación y justifica tu respuesta.
a. Dos ángulos son suplementarios y uno de ellos mide 40° más que el otro. ¿Cuál es la medida de cada ángulo?
b. La medida de un ángulo es $\frac{2}{3}$ de su complemento. ¿Cuál es la medida de cada ángulo?
c. Dos ángulos suplementarios están en relación de 4 a 5 ¿Cuál es la medida de estos ángulos?

3. Selecciona la respuesta correcta. Justifica la respuesta.

A. . ¿Cuál es el complemento de 75°?

a) 180° b) 25° c) 15° d) 90°

B. Según la figura:

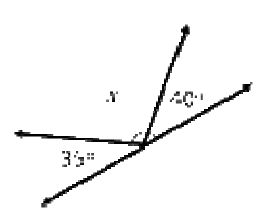


¿Cuál es el valor de *x*?
a) 15° b) 35° c) 180° d) 360°

C. ¿Cuál es el ángulo cuyo suplemento es el doble de dicho ángulo?

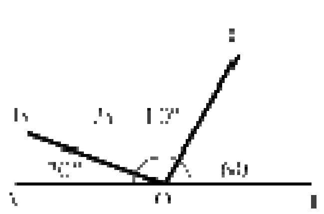
a) 120° b) 60° c) 90° d) 30°

D. De acuerdo con la figura:



¿Cuál es el valor de *x*?
a) 180° b) 90° c) 225° d) 105°

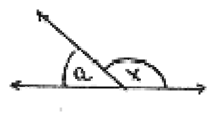
E. De acuerdo con la figura:



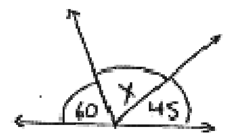
¿Cuál es el valor de *x*?
a) 30° b) 45° c) 60° d) 75°

F.

x = ?
a) 145°
b) 90°
c) 72,5°
d) 45°
e) 35°



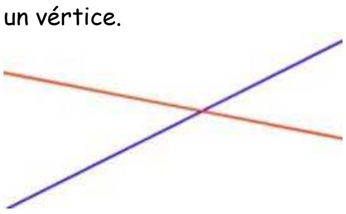
x = ?
a) a
b) 90
c) 90 - a
d) 180 - a
e) 180 + a



3) x = ?
a) 30°
b) 45°
c) 75°
d) 90°
e) 105°

Rectas secantes y paralelas

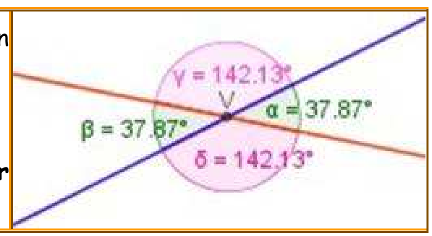
Como ya vimos, por definición, un ángulo es una figura geométrica formada en una superficie por dos líneas rectas que parten de un mismo punto.
Fijando nuestra atención en las **rectas**, sabemos que estas pueden ser **secantes (que se cortan)** o **paralelas (que no se cortan nunca)**.
Dos rectas secantes se cortan en un punto y determinan cuatro ángulos. Cada ángulo tiene dos lados y un vértice.



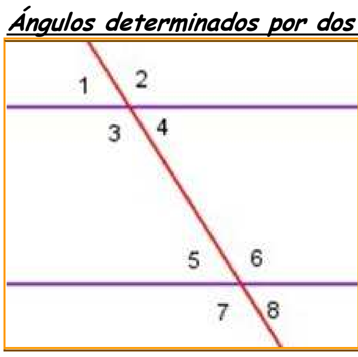
Esta construcción en el plano nos permite relacionar entre sí los ángulos así formados.

Ángulos opuestos por el vértice

Son los ángulos formados por dos rectas que se cortan en un punto llamado **vértice (V)**.
α es opuesto por el vértice con **β**
γ es opuesto por el vértice con **δ**
Como podemos verificar en la figura: **Los ángulos opuestos por el vértice son iguales**



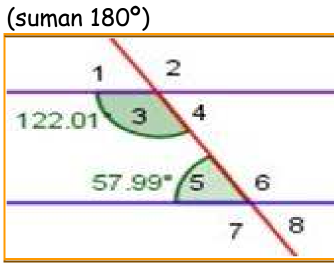
Ángulos determinados por dos rectas paralelas y una secante

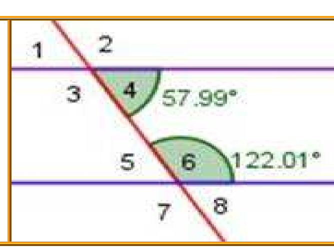


Dos rectas paralelas cortadas por una tercera determinan ocho ángulos:

Esta distribución numérica nos permite carecterizar parejas de ángulos según su posición, haciendo notar que los ángulos 3, 4, 5 y 6 son **interiores (o internos)** y que los ángulos 1, 2, 7 y 8 son **exteriores (o externos)** respecto a las rectas:

Ángulos internos (3, 4, 5 y 6)
Los ángulos internos a un mismo lado de la transversal a dos rectas paralelas son **suplementarios** (suman 180°)

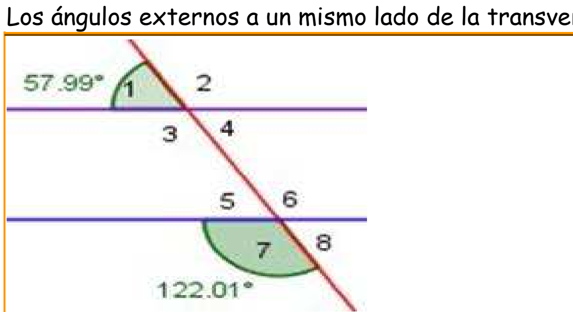


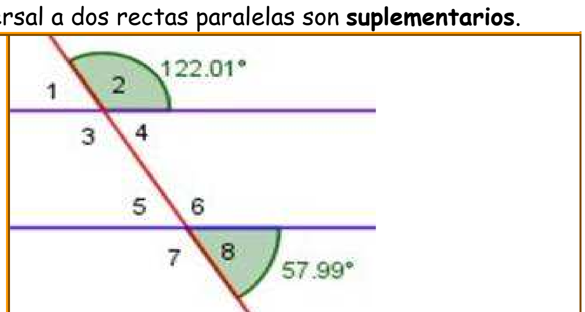


Ángulos 3 y 5 son suplementarios (suman 180°)	**Ángulos 4 y 6 son suplementarios (suman 180°)**

Ángulos externos (1, 2, 7 y 8)

Los ángulos externos a un mismo lado de la transversal a dos rectas paralelas son **suplementarios**.

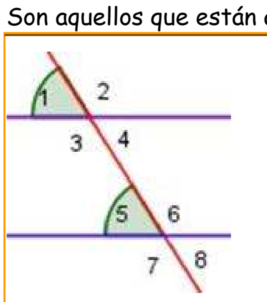


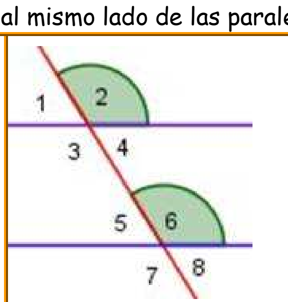


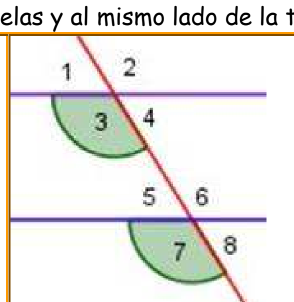
Ángulos 1 y 7 son suplementarios (suman 190°)	**Ángulos 2 y 8 son suplementarios (suman °80°)**

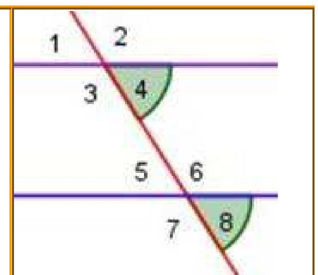
Ángulos correspondientes:

Son aquellos que están al mismo lado de las paralelas y al mismo lado de la transversal.









1 y 5 son ángulos correspondientes (iguales), ∠ 1 = ∠ 5	**2 y 6 son ángulos correspondientes (iguales) ∠ 2 = ∠ 6**	**3 y 7 son ángulos correspondientes (iguales) ∠ 3 = ∠ 7**	**4 y 8 son ángulos correspondientes (iguales) ∠ 4 = ∠ 8**

Esta relación da pie para formular el siguiente postulado:

Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos correspondientes es congruente entre sí.

$\measuredangle 1 \cong \measuredangle 5$

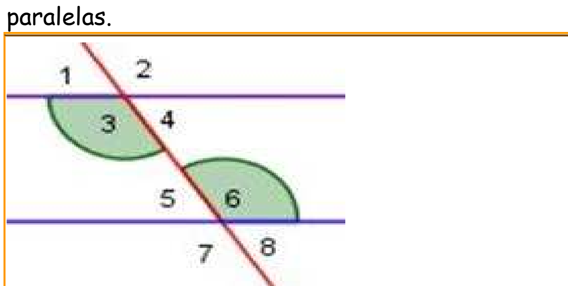
$\measuredangle 3 \cong \measuredangle 7$

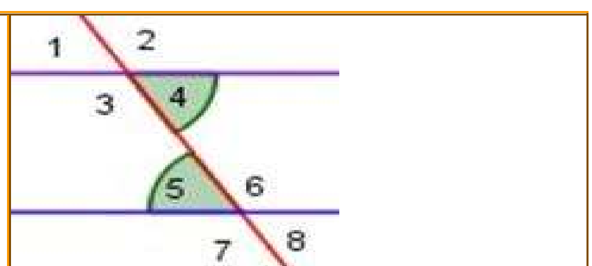
$\measuredangle 2 \cong \measuredangle 6$

$\measuredangle 4 \cong \measuredangle 8$

Ángulos alternos internos:

Son aquellos ángulos interiores que están a distinto lado de la transversal y a distinto lado de las paralelas.





3 y 6 son ángulos alternos internos ∠ 3 =∠ 6	**4 y 5 son ángulos alternos internos ∠ 4 = ∠ 5**

Esta relación da pie para formular el siguiente postulado:

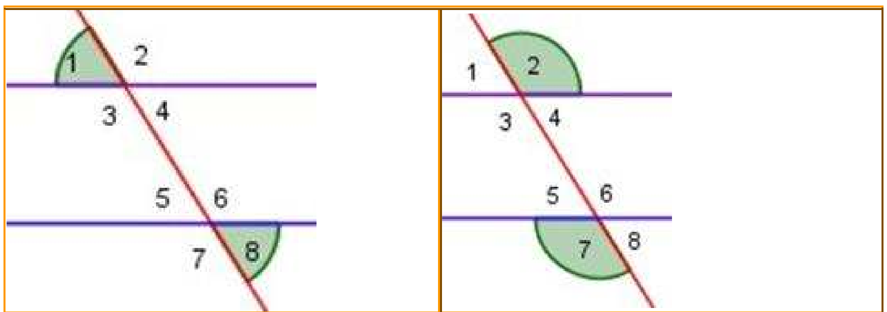
Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos alternos internos es congruente entre sí.

$\measuredangle 3 \cong \measuredangle 6$

$\measuredangle 4 \cong \measuredangle 5$

Ángulos alternos externos:

Son aquellos ángulos exteriores que están a distinto lado de la transversal y a distinto lado de las paralelas.



1 y 8 son ángulos alternos externos $\angle 1 = \angle 8$	**2 y 7 son ángulos alternos externos** $\angle 2 = \angle 7$

Esta relación da pie para formular el siguiente postulado:

Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos alternos externos es congruente entre sí.

$\sphericalangle 1 \cong \sphericalangle 8$

$\sphericalangle 2 \cong \sphericalangle 7$

ACTIVIDAD 2

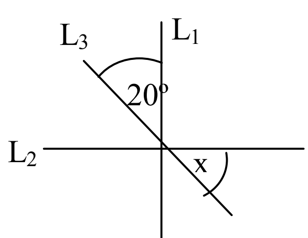
Selecciona la respuesta correcta. Justifica tu respuesta

1) Se tiene $a + 40° = 180°$ y $b + 140° = 180°$, entonces: $a + b = ?$

A) 120°
B) 140°
C) 180°
D) 200°
E) 360°

2) L_1, L_2 y L_3 son rectas tales que: $L_1 \perp L_2$, $x = ?$

A) 30°
B) 40°
C) 45°
D) 60°
E) 70°

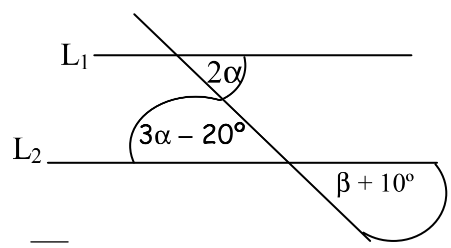


3) ¿Cuál de las siguientes proposiciones es **falsa**?

A) Dos lados de un ángulo recto son perpendiculares.
B) Un ángulo obtuso tiene mayor medida que su suplemento.
C) La diferencia entre las medidas del suplemento y el complemento de un ángulo es igual a 90°.
D) Dos ángulos complementarios para el mismo ángulo son rectos.
E) Las bisectrices de un par de ángulos opuestos por el vértice forman un ángulo extendido.

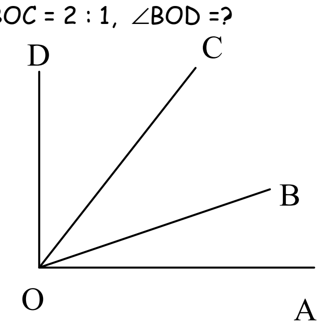
4) En la figura $L_1 // L_2$, $\alpha + \beta = ?$

A) 50°
B) 60°
C) 70°
D) 80°
E) 90°



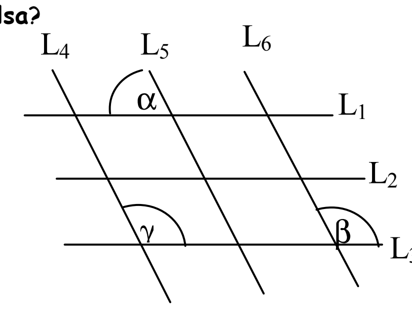
5) $\overline{OD} \perp \overline{OA}$ y $\overline{OC}$ es bisectriz del $\angle AOD$. $\angle AOB : \angle BOC = 2 : 1$, $\angle BOD = ?$

A) 55°
B) 60°
C) 65°
D) 75°
E) 80°



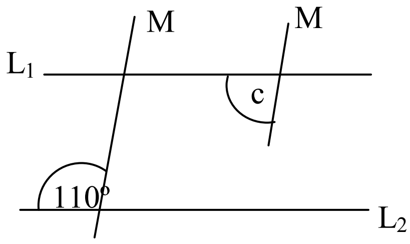
6) En la figura, $L_1 // L_2 // L_3$ y $L_4 // L_5 // L_6$. Si $\beta = 2\alpha$, ¿cuál de las siguientes relaciones es **falsa**?

A) $\gamma = 2\alpha$
B) $\beta = \gamma$
C) $\alpha = 60°$
D) $\beta = 120°$
E) $\beta + \gamma = 180°$



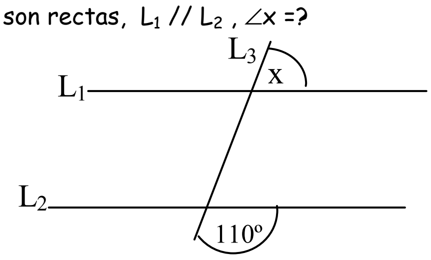
7) En la figura, L_1 // L_2 y M_1 // M_2. ¿Cuánto mide c?

A) 55°
B) 70°
C) 80°
D) 90°
E) 110°



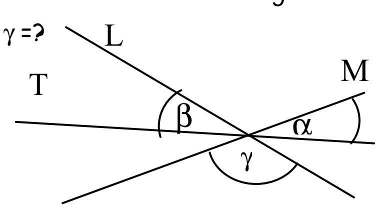
8) L_1, L_2 y L_3 son rectas, L_1 // L_2 , $\angle x$ =?

A) 70°
B) 60°
C) 45°
D) 40°
E) 30°



9) L, T y M son rectas. Si la recta M es perpendicular a la recta L y $\alpha = \frac{4}{9}\gamma$, entonces: $\beta + \gamma$ =?

A) 140°
B) 135°
C) 130°
D) 100°
E) 80°

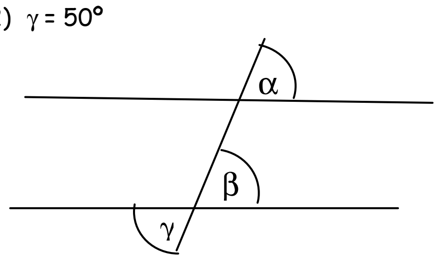


10) α y β son dos ángulos complementarios. Si el doble de α excede en 12° a β. ¿Cuánto mide β?

A) 26°
B) 34°
C) 56°
D) 64°
E) 72°

11) En la figura, ¿cuánto mide α?

(1) $\alpha = \beta$
(2) $\gamma = 50°$



A) (1) por sí sola.
B) (2) por sí sola.
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
E) Se requiere información adicional.

12) Si $\alpha = \beta + 30°$ y el suplemento de α mide 80° entonces β mide:

A) 40°
B) 70°
C) 80°
D) 100°
E) 110°

SUMA DE ÁNGULOS

Para sumar los ángulos a y b, cuyas medidas son a = 34° 13' 54" y b = 18° 40' 27", se realizan los siguientes pasos:

1.° Se colocan las medidas de los ángulos una de- bajo de otra, de modo que coincidan en cada columna las unidades del mismo nombre.

2.° Se suma cada columna por separado.

3.° Como el número de segundos (81) es mayor que 60, se pasan 81" a minutos (81" = 1' 21").

4.° Se suman los minutos (53' + 1' = 54').

5.° Como el número de minutos (54) es menor que 60, la suma está terminada.

ACTIVIDAD 3

Calcula

a. 42° 13' 20" + 17° 56' 31"
b. 25° 18' 36" + 41° 23' 17"
c. 38° 40' 53" + 12° 5' 27"
d. 30° 42' 29" + 7° 35' 41"

2. dado los siguientes ángulos, calcula

a = 43° 18' 35" b = 16° 27' 52" c = 24° 41'

d = 39° 25' 48" e = 18° 32' f = 50° 13"

a + b a + c

c + d b + f

d + e e + f

b + c d + a

RESTA DE ÁNGULOS

Para restar los ángulos a y b, cuyas medidas son a = 38° 13' 41" y b = 25° 47' 6", se realizan los siguientes pasos:

1.° Se colocan las medidas de los ángulos una de- bajo de otra, de modo que coincidan en cada columna las unidades del mismo nombre.

2.° Se restan los segundos.

3° a 13' no se pueden restar 47', se convierte un grado en minutos

(38° = 37° 60';13' + 60' = 73') y después se restan los minutos (73' - 47'= 26').

4.° Se restan los grados (37° - 25° = 12°).

ACTIVIDAD 4

Calcula

a. 53° 38' 23" - 27° 41' 19"
b. 52° 30' 23" - 12° 41' 29"
c. 28° 43' 26" - 15° 30' 52"

PRODUCTO DE UN ÁNGULO POR UN NÚMERO NATURAL

Para multiplicar un ángulo a, por ejemplo a = 27° 18' 34", por un número natural n por ejemplo n = 4, se realizan los siguientes pasos:

1.° Se multiplican por 4 los segundos, los minutos y los grados.

2.° Como el número de segundos (136) es mayor que 60, se pasan los 136" a minutos (136" 2' 16") y se suman con los minutos (72' + 2' = 74').

3.° Como el número de minutos (74) es mayor que 60, se pasan a grados (74' = 1° 14') y se suman con los grados (108° + 1° = 109°).

DIVISIÓN DE ÁNGULOS POR UN NÚMERO NATURAL

Para dividir un ángulo a, por ejemplo a = 46° 53' 18", por un número natural n, por ejemplo n = 3, se realizan los siguientes pasos:

1.° Se dividen los grados por 3 y el resto ob tenido se pasa a minutos (1° = 60').

2.° Se suman los minutos (53' + 60' = 113') y se dividen por 3.

3.° El resto se pasa a segundos (2' = 120").
4.° Se suman los segundos (18" + 120" = 138") y se dividen por 3.

ACTIVIDAD 5

1. Calcula

	a = 51º 23' 48"	**b = 34º 19' 24"**
: 2	$\frac{a}{2} =$ 54"	$\frac{b}{2} =$
: 3	$\frac{a}{3} =$	$\frac{b}{3} =$

	c = 46º 8' 20"	**d = 31º 17' 40"**
: 4	$\frac{c}{4} =$	$\frac{d}{4} =$
: 5	$\frac{c}{5} =$	$\frac{d}{5} =$

	a = 42º 21' 38"	**b = 9º 56' 17"**
x 2	2a =	2b =
x 3	3a =	3b =
x 4	4a =	4b =
x 5	5a =	5b =

Fecha: _________________ Nombre del estudiante: ____
Grado: ____ Maestro: DIANA MARCELA AGUIRRE BERMÚDEZ Duración: ___________
Eje Articulador: Pensamiento aleatorio y sistemas de datos

METAS DE CALIDAD	VALORACIÓN	FIRMA DE ACUDIENTES
• Aplico elementos de la matemática básica y los conceptos estadísticos sobre la organización de datos en tablas y diagramas fortaleciendo mis operaciones del pensamiento. • Ejecuto proyectos académicos, organizando datos en tablas y diagramas estadísticos, evidenciando mi capacidad para el uso de la tecnología.		

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.

UNIDAD 1: CONCEPTOS MATEMÁTICOS BÁSICOS DE USO FRECUENTE EN ESTADÍSTICA

INTRODUCCIÓN.

LA ESTADISTICA se refiere al sistema usado en la recolección, organización, análisis e interpretación numérica de una información.

El estudio numérico incluye la observación, organización e interpretación de los hechos y tiene como función el descubrimiento de propiedades generales de la colectiva. Puede también establecerse que la estadística comprende el conjunto de datos ordenados en forma sistemática en cuadros y / o gráficos.

Para desarrollar la teoría de los principios básicos de estadística y manejar sus aplicaciones, no se requiere de una gran cantidad de conocimientos de matemática: La mayor parte del estudio se apoya en la aritmética y el álgebra elemental.

En esta unidad revisaremos algunos algoritmos y conceptos matemáticos básicos de uso frecuente en la aplicación de la estadística.

PROPIEDADES DE LA SUMA.

$\forall$a, b, c $\in$ R se cumplen las siguientes propiedades:

CONMUTATIVA: a + b = b + a.
ASOCIATIVA: a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c) = (a + c) + b =…
DISTRIBUTIVA: n. (a + b) = n.a + n. b.
ELEMENTO NEUTRO ADITIVO: a + 0 = 0 + a

Ejercicio 1: Escriba tres ejemplos para cada propiedad.

RECUERDA LA SUMA DE FRACCIONES HOMOGÉNEAS Y HETEROGÉNEAS.

Para las homogéneas se escribe el mismo denominador y se suman los numeradores, al final se simplifica la fracción si es posible.

Ejemplo: $\frac{3}{4}+\frac{5}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3+5+2}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$

Para las heterogéneas, sacamos un común denominador que es el mínimo común múltiplo de los denominadores y amplificamos las fracciones para que queden con dicho denominador común.

Ejemplo: $\frac{5}{6}+\frac{3}{2}+\frac{1}{3}=\frac{10}{12}+\frac{18}{12}+\frac{4}{12}=\frac{10+18+4}{12}=\frac{32}{12}=\frac{8}{3}$ **Nota: se amplificó cada fracción dividiendo el denominador común entre cada denominador y se multiplicó por su numerador.**

RECUERDA LA SUMA DE DECIMALES.

Se iguala la cantidad de cifras decimales con ceros y se suma común y corriente, escribiendo los números en forma vertical de tal forma que queden alineadas las comas. Si combina positivos y negativos; sume los positivos, sume los negativos, y con los dos resultados realice una resta colocando el signo de a cantidad mayor.

Ejemplo: 1,25 – 0,7 + 0,3 – 1,45 ⇒

1,25	– 0,70	– 2,15
0,30	– 1,45	+1,55
1,55	– **2,15**	**– 0,60**

Ejercicio 2: resolver

a) 2/5 – 3/8 + 7/10 – 9/20

b) 2 ½ + 3 ¼ – 1/16

c) 1 – 1/3 – 1/6 + 2

d) 1 – 1,28 + 0,72 – 3,5

e) 3/2 – 1,7 + 5/4 – 2,3

f) 25% – 1,4 + 100% – 1

REDONDEO Y CIFRAS SIGNIFICATIVAS.

OBSERVE: El redondeo o aproximación de un número se puede realizar por:

a) Aproximación al entero

4,3 a unidades ≅ 4
4,7 a unidades ≅ 5
15,8 a unidades ≅ 16
475 a centenas ≅ 500
324 a decenas ≅ 320
139 a decenas ≅ 140
438 a centenas ≅ 400
1978 a millar ≅ 2000

b) Aproximación a la décima

4,**6**8 ≅ 4,7
5,**4**2 ≅ 5,4
6,**7**91 ≅ 6,8
4,**4**35 ≅ 4,4
6,**2**514 ≅ 6,3 (aumentó uno)
7,**3**528 ≅ 7,4 (aumentó uno)
15,**4**51 ≅ 15,5
0,**7**58 ≅ 0,8

c) Aproximación a cualquier cifra entera o decimal

48,274 a centésimas ≅ ________
48,435 a centésimas ≅ ________
1,2547 a milésimas ≅ ________
2324 a millares ≅ ________
48,2 a décima ≅ ________
6,34835 a diezmilésimas ≅ ________

PENSAMIENTO CRÍTICO: **Deducir una regla para aproximar cualquier número a una cifra entera o decimal señalada (observe los ejemplos dados).**

CONSULTE que son cifras significativas.

Ejercicio 3:

1. Redondear cada uno de los siguientes números a la aproximación indicada:

a) 3256 a centenas:____________________
b) 3.502.428 a millones_________________
c) 5,781 a décimas:______________________
d) 14,74 a 3 cifras significativas__________
e) 0,0045 a milésimas:__________________
f) 0,0754 a 1 cifra significativa:__________
g) 46,7385 a centésimas:_______________
h) 42,28 a 3 cifras significativas:_________
i) 125, 995 a dos cifras decimales:________
j) 0,00129 a 2 cifras significativas:_______

2. Transformar a notación decimal usando la calculadora y aproximar:

a) 100 ÷ 63 con un decimal_______________
b) 4,5 × 3,8 a unidades__________________
c) 24 / 7 con dos decimales___________
d) 3,28×1,4 con tres cifras significativas _________________________
e) 7/13 a milésimas________________
f) 15 ÷ 4,8 a centésimas.________________

3. Expresar en notación científica. Tome todas las cifras significativas a menos que se le indique lo contrario:

a) 0,00872
b) 4327 con 3 c.s.
d) 0,75 con 3 c.s.
e) 7300000 con 4 c.s
g) 0,0000184
h) 835 con 2 c.s

c) 0,00000057 con 1 c.s. **f)** 349 con 1 c.s. **i)** **4,5** millones

4. Escriba en notación científica:
   - **a)** La distancia de la tierra al sol
   - **b)** La rapidez del sonido
   - **c)** La rapidez de la luz
   - **d)** Su estatura en centímetros.
   - **e)** **S**u edad en meses
   - **f)** 3 Dm en metros
   - **g)** Año de fundación de Colamer Cali
   - **h)** 13 metros en milímetros
   - **i)** Gravedad de la tierra
   - **j)** Los minutos que tiene un día

RAZONES, PROPORCIONES, PORCENTAJES Y TASAS.

Gran parte de la estadística se dedica a describir el comportamiento de un hecho o de un conjunto de observaciones mediante la elaboración de cuadros, gráficos y aplicación de diferentes medidas. Razón por la cual se ha considerado necesario recordar algunos conceptos, tales como: razón, proporción, porcentaje y tasa.

RAZÓN: es una relación entre dos cantidades que permite compararlas; esta comparación se puede hacer por diferencia o por cociente. En el primer caso se llama **razón aritmética** y en el segundo se llama **razón geométrica.**

Así, si a y b son dos números $\Rightarrow$ **a – b es razón aritmética** y **a / b es razón geométrica.**
En estadística se usa frecuentemente la razón geométrica.

Ejemplo: En grupo hay 30 personas, 20 de ellas son mujeres. Podemos establecer la relación 20 / 30, lo cual indica 20 mujeres por cada 30 personas y es equivalente a la razón 2 / 3 (2 mujeres por cada 3 personas).
- Escriba tres ejemplos más.

PROPORCIÓN: es la igualdad de razones geométricas.
Si $\frac{a}{b} = q$ y $\frac{c}{d} = q \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ y se lee **"a es a b como c es a d"**
En el ejemplo anterior $\frac{mujeres}{personas} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ es una proporción $\Rightarrow mujeres = \frac{2}{3} de..las..personas$.
- ¿Qué otras proporciones podemos establecer con el ejemplo anterior? Escriba su significado.

Ejercicio 4:

Juan con un sueldo de $1000.000 tiene los siguientes gastos:
$300.000 en arriendo, $350.000 en comida, $130.000 en transporte, $100.000 en recreación y $120.000 en imprevistos.

Determine la proporcionalidad de cada gasto con respecto al sueldo indicando su significado y represéntela en un diagrama circular.

RAZON, PORCENTAJE Y TASA.

En una razón de proporcionalidad, el denominador recibe el nombre de base y se puede escoger según la necesidad del problema que se esté trabajando.

Así: Si en el grupo hay 3 hombres por cada 5 mujeres, tenemos la razón 3 / 5 y 5 mujeres es la base y significa que los hombres son las 3 quintas partes de las mujeres.

Si cambiamos la base de mujeres a 100 $\Rightarrow$ la razón sería 60 / 100 (60 hombres por cada 100 mujeres) obteniendo una cantidad por cada 100 llamada **PORCENTAJE y se escribe 60% (60 por ciento) significando que los hombres son el 60% de las mujeres.**

Si cambiamos la base de mujeres a 1 obtenemos que 3 / 5 = 0,60 llamado usualmente **TASA** (tanto por 1).

Ejercicio 5: Observamos que para pasar una razón a porcentaje, la expresamos en forma decimal y multiplicamos por 100%

$\Rightarrow$ 3/5 = 0,60 = 0,60 $\times$ 100% = 60%
2/3 = 0,333 = 0,333 $\times$ 100% = 33,3%
5/8 = ____________________________
7/5 = ____________________________

5/6 = ____________________________
27/45 = ____________________________
780/ 1100 = ____________________________
125/280 = ____________________________

Ejercicio 6:

1. En una fábrica hay 1200 empleados de los cuales 400 son mujeres y se quiere saber cuál es en porcentaje:

a) Proporción de mujeres
b) Proporción de hombres
c) Relación de mujeres a hombres
d) Relación de hombres a mujeres
e) Represente la distribución en un diagrama circular.

2. El cuadro estadístico representa la distribución del personal de una empresa por años y sexo.

AÑO	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
1990	780	320	1100
1991	880	620	1500
1992	950	700	1650
1993	850	580	1430

Determinar:

a) En que porcentaje se incrementó el personal en 1991 – 1992 – 1993 con respecto a 1990?
b) En que porcentaje se incrementó el personal masculino de 1992 a 1993?
c) En que porcentaje se incrementó el personal femenino de 1991 a 1992?
d) Represente la información del cuadro en un diagrama de barras.

3. En un establo hay 15 vacas y 25 caballos. ¿Qué porcentaje de animales representan las vacas?. Que porcentaje representan los caballos?. ¿Qué porcentaje de caballos son las vacas?

4. El sueldo de un trabajador pasó de $ 528.950 a $ 626.805,75. ¿En que porcentaje aumentó su sueldo?

5. En la compra de un artículo que cuesta $ 85.000, hay un descuento del 25%

a) Que porcentaje pagamos por el artículo?
b) Cuál es el costo del artículo con dicho descuento?

6. Un televisor que cuesta $569.000 se compra a crédito incrementándose su valor en un 30%. Si pagamos de cuota inicial el 25% y el resto en 12 cuotas mensuales, cuál es el valor de la cuota inicial y el valor de cada cuota mensual?.

7. Un tendero vende un artículo de la canasta familiar por $3.500 y busca una ganancia del 28%.En cuánto compró el artículo para luego venderlo por ese precio?

8. Consulte precios de la canasta familiar que han aumentado o rebajado de precio en el último mes y halle su porcentaje de aumento o de disminución. Muéstrelos en un cuadro estadístico.

9. Para hallar el porcentaje de una cantidad, lo más sencillo es multiplicar por su equivalencia en forma decimal, así:

25% de 17 = 0,25 * 17 = 4,25
4% de 29 = 0,04 *29 = 1,16
14% de $785.428 = ______________________

37,5% de 85 = 0,375 *85 = 31,875
126% de 595 = 1,26 *595 = 749,7
137% de $ 15.782 = ______________

30,5% de 250 = ________________________ 12,6% menos de $ 28.705 = _________
5,6% de $1.247.586 = ___________________ 24% más de 4.576=_______________________

10. ¿Qué es inflación?
    Muestre en una tabla, el índice de inflación de los últimos años. Represéntelos en un diagrama lineal.

10. Invente una situación problema que involucre porcentajes. Revuélvala.

<u>APLICACIONES EN CUADROS ESTADISTICOS.</u>

Una vez obtenida una información, el paso siguiente es escoger la forma de organizarla ya sea para su análisis o para su publicación; una de estas formas son los cuadros de resumen reinformación o cuadros estadísticos.
Según su objetivo, las líneas (horizontales) y columnas (verticales) de un cuadro se deben organizar de modo que pongan en evidencia los aspectos que interesa mostrar y resalten las comparaciones que se desean hacer notar.

Supongamos que el contador de una pequeña empresa presenta un informe mensual de ventas, así:
Junio de 2006. Unidades vendidas, 38.560; distribuidas así: Ventas en Bogotá 17.930 unidades a $3.600 c/u por un total de $64.548.000; ventas a otras ciudades: 12.430 unidades a $3.750 c/u por un total de $46.612500; ventas de exportación: 8.200 unidades a $3.900 c/u por un total de $31.980.000. Total de ventas $143.140.500.

Las cifras de este informe son difíciles de captar en una simple lectura; el gerente que desea mostrar los porcentajes sobre el total que significan cada una de las partidas de ventas, las ordena en el siguiente cuadro:

INFORME DE VENTAS
(Mes de Junio de 2006)

Cantidad	Precio $		Destino	En unidades % del total	En precio % del total
	Unidad	Total $			
17.930	3.600	64.548.000	Bogotá	46,5	45,1
12.430	3.750	46.612.500	Otras ciudades	32,2	32,6
8.200	3.900	31.980.000	Exportación	21,3	22,3
Total = 38.560		143.140.500		100	100

Fuente: Departamento de contabilidad
NOTA: Sobre el precio en fábrica de Bogotá se agregó para despacho a otras ciudades $150 por unidad y para exportación $300 por unidad:

Se aprecia de inmediato que el método de presentación tabular (cuadros) es superior al de entrega de información en texto, puesto que presenta con claridad la misma información dada en el texto destacando relaciones que no se advierten en la simple lectura:

En general, todo cuadro estadístico se compone de líneas y columnas y sus partes son:

1. **TITULOS** en los que se destaca el objeto del cuadro (qué, cómo, dónde y cuándo); si es necesario se agregan notas con explicaciones.
2. **COLUMNA PRINCIPAL** es aquella en que se anotan las categorías de la variable.
3. **ENCABEZADO DE COLUMNAS** en el que se explica el objeto de cada una de ellas.
4. **CUERPO** es la parte que contiene la información.
5. **NOTAS AL PIE** tienen por objeto aclarar ciertas operaciones que se utilizan en el cuadro; también indica la **fuente información.**

Ejercicio 7: De la tabla anterior

a) Represente en un diagrama circular el porcentaje de unidades vendidas en cada destino.
b) Represente en un diagrama de barras la cantidad de unidades vendidas en cada destino.
c) Realice una tabla que muestre únicamente el destino, cantidad de unidades vendidas y el porcentaje en cada destino. Coloque titulo y fuente a la tabla.

TALLER FINAL

NOMBRE: ____ **FECHA:** _________________

INDICADORES DE LOGRO: *Compara magnitudes dadas en situaciones problema e interpreta su relación mediante razones, tasas y porcentajes.
***Representa en cuadros estadísticos, una información dada.**

1. Una programadora de televisión realiza una encuesta telefónica sobre la aceptación de uno de sus programas de acuerdo con la edad en años del televidente. Los resultados obtenidos se presentan a continuación.

ACEPTACION	Menos de 18	De 18 a 30	De 30 a 50	Mas de 50	TOTAL
Gustó	156	112	86	26	
No gustó	74	86	50	20	
No vieron	10	24	18	18	
TOTAL					

a. Complete los totales de la tabla.

Escriba la razón y el porcentaje aproximado con una cifra decimal, en cada uno de los siguientes casos:

b. A que porcentaje de los encuestados les gustó el programa?
. ____

c. A que porcentaje de los encuestados menores de 18 años no les gustó?
____

d. Que porcentaje de los encuestados de 30 a 50 años no vio el programa?
____

e. Que porcentaje de los encuestados no vio el programa?
____

f. Represente la información en un diagrama de barras.

g. Represente los totales de la información en diagramas circulares (uno para cada variable).

2. Complete la tabla de índice de precios al consumidor:

PRODUCTO	$ AYER	$ HOY	SUBIO ⇑ + BAJO ⇓ –		PORCENTAJE DE VARIACION
1 Lb de yuca	750	1.230			
1 Lb de lulo	1750	1120			
1 Lb de arroz	1140	950			
1 Lata de atún		2970	⇑	+ 220	

3. Un vendedor recibe el 25% de comisión por la venta de un televisor valorado en $728.500. Si paga una deuda que representa el 60 % de su comisión, cuánto le queda?

4. En una microempresa la nómina de pago mensual por estamentos en el mes de septiembre de 2008 fue así: Personal de administración: $14.233.800;
Personal de ventas: $15.603.250;
Personal de producción: $23.604.200.
Elaborar un cuadro que destaque:

a) Porcentaje de cada estamento con base en el total de la nómina.
b) Porcentaje de la nómina de cada estamento y del total con base en el total de ventas de dicho mes que fue de $ 117.775.140.