	MODELO DE FORMACIÓN POR PROCESOS Y VALORES CRISTIANOS		
COLEGIO AMERICANO 1928 CALI IGLESIA PRESBITERIANA CUMBERLAND	ÁREA DE MATEMÁTICAS		
	GUÍA No. 4 TEMA: LOS NÚMEROS REALES, EXPRESIONES ALGEBRAICAS, PRODUCTOS Y COCIENTES NOTABLES.		
	Versión 1.0	Fecha última actualización 01/09/ 2011	Página 1 de 16

Fecha: _________________ Nombre del estudiante: ____

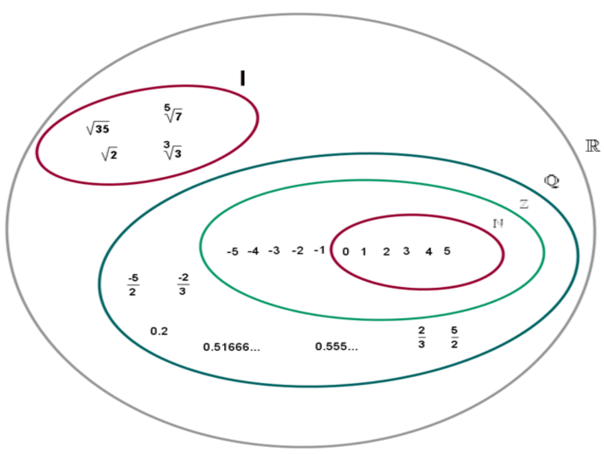
Grado: ____ Maestro: DIANA MARCELA AGUIRRE BERMÚDEZ Duración: ___________

Eje Articulador: Pensamiento numérico y sistemas de numeración; Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos

METAS DE CALIDAD	VALORACIÓN	FIRMA DE ACUDIENTES
• Demuestro el desarrollo de mi capacidad mental aplicada, mediante el manejo de la radicación y logaritmación y sus propiedades, al evidenciar conocimiento en los principios tecnológicos de artefactos utilizados en la cotidianidad escolar. • Desarrollo procesos lógicos del pensamiento para aprender sobre igualdades con una o más variables de exponente uno, mejorando mis operaciones intelectuales. • Mejoro mi voluntad al demostrar hábitos que me permitan la apropiación y ejercitación del conocimiento de los números reales y las expresiones algebraicas.		

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

El **conjunto formado** por los números **racionales** e **irracionales** es el conjunto de los ***números reales***, se designa por $\mathbb{R}$



Los números reales son un conjunto cerrado para la suma y la multiplicación, lo que significa que la suma o multiplicación de números reales da como resultado otro número real. De lo anterior se desprenden las siguientes propiedades:

Propiedad	Suma	Multiplicación	Ejemplos
Cerradura	$a + b \in R$	$a \cdot b \in R$	$3 + 5 = 8 \in R$ $(2)(-3) = -6 \in R$
Conmutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$	$\frac{1}{2} + \frac{3}{7} = \frac{3}{7} + \frac{1}{2}$ $(2)\left(\frac{1}{5}\right) = \left(\frac{1}{5}\right)(2)$
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a(b \cdot c) = (a \cdot b)c$	$\sqrt{5} + (3 + 4) = (\sqrt{5} + 3) + 4$ $3 \cdot (2 \cdot 5) = (3 \cdot 2) \cdot 5$
Elemento neutro	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$	$5 + 0 = 5$ $7 \cdot 1 = 7$
Inverso	$a + (-a) = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1$	$2 + (-2) = 0$ $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$
Distributiva	$a(b + c) = ab + ac$		$2(7 + 3) = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 3$ $5 \cdot 4 + 5 \cdot 8 = 5(4 + 8)$

Potenciación

Es la operación en la cual la cantidad llamada base se debe multiplicar por ella misma las veces que lo indique el exponente. De lo anterior se define:

- $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots}_{n\text{-veces}}$, donde: a es la base y n el exponente.
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

Cuando un número negativo se eleva a una potencia par, el resultado es positivo, pero si se eleva a una potencia negativa el resultado es negativo.

Teoremas

POTENCIA DE OTRA POTENCIA

$\boxed{(a^n)^m = a^{n.m}}$ Los exponentes se multiplican

Ejemplo: $(2^3)^2 = 2^{3.2} = 2^6$ porque: $2^3.2^3 = 2.2.2\ .2.2.2 = 2^6$

COCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

$\boxed{a^m : a^n = a^{m-n}}$ Los exponentes se restan

Ejemplo: $2^5 : 2^2 = 2^{5-2} = 2^3$ porque: $2^5.2^2 = \dfrac{2.2.2}{2.2} = 2^3$

PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

$\boxed{a^m.a^n = a^{m+n}}$ Los exponentes se suman

Ejemplo: $2^3.2^2 = 2^{3+2} = 2^5$ porque: $2^3.2^2 = 2.2.2\ .2.2. = 2^5$

DISTRIBUTIVA RESPECTO A LA MULTIPLICACIÓN Y A LA DIVISIÓN

$\boxed{(a.b)^m = a^m.b^m}$

Ejemplo: $(3.2)^2 = 3^2.2^2 = 9.4 = 36$ Porque $(3.2)^2 = 6^2 = 36$

$\boxed{(a:b)^m = a^m : b^m}$

Ejemplo: $(6:3)^2 = 6^2 : 3^2 = 4$ Porque $(6:3)^2 = 2^2 = 4$

NO DISTRIBUTIVA RESPECTO A LA SUMA Y A LA RESTA

$\boxed{(a \pm b)^m \neq a^m \pm b^m}$

Ejemplos:

$(6+3)^2 \neq 6^2 + 3^2$ Porque $(6+3)^2 = 9^2 = 81$; $6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$

$(10-6)^2 \neq 10^2 - 6^2$ Porque $(10-6)^2 = 4^2 = 16$; $10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

Por definición $\boxed{a^0 = 1}$ $\boxed{a^1 = a}$ $\boxed{1^m = 1}$

ACTIVIDAD 1

1. Simplifica las siguientes expresiones, emplea las definiciones y teoremas de los exponentes:

a. $3^2 \cdot 3^{-3} \cdot 3^{\frac{2}{3}}$

b. $(3^5 \cdot 5^{-4}) \cdot (2^3 \cdot 3^{-7} \cdot 5$

c. $\left(4^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}\right)\left(2^{-1} \cdot 3^{-\frac{7}{3}}\right)$

d. $\dfrac{2^7 \cdot 3^{-5}}{2^5 \cdot 3^{-4}}$

e. $\dfrac{3^5 \cdot 4^{-6}}{3^7 \cdot 4^{-8}}$

f. $\dfrac{3^{-6}}{3^{-10}}$

g. $\dfrac{2^{-4} \cdot 3^{-5} \cdot 5^{-6}}{2^{-6} \cdot 3^{-3} \cdot 5^{-6}}$

h. $\dfrac{2^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{4}} \cdot 4^2}{2^{\frac{5}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{3}{2}}}$

i. $\dfrac{4^{-\frac{1}{6}} \cdot 9^{\frac{3}{8}} \cdot 6^{-3}}{4^{\frac{5}{6}} \cdot 9^{-\frac{5}{8}} \cdot 6^{-3}}$

j. $\left((-5)^2\right)^3$

k. $(4^{\frac{1}{3}})^6$

l. $\left(2^4 \cdot 3^{-6} \cdot 5^2\right)^{-\frac{1}{2}}$

m. $\left(3^{-2} \cdot 5^2\right)^3 \left(3^3 \cdot 5^{-3} \cdot 7\right)^2$

n. $\left(\dfrac{2^2 \cdot 3^5 \cdot 4^2}{2^4 \cdot 3^2}\right)^2$

o. $\left(\dfrac{2^{-1} \cdot 3^{\frac{1}{4}}}{2^{-3} \cdot 3^{\frac{1}{2}}}\right)^{-2}$

p. $\left[\left(\dfrac{1}{4}\right)^2\right]^4$

q. $\left(\dfrac{\frac{3}{5}}{\frac{6}{5}}\right)^2$

r. $\left[\left(\dfrac{3}{4}\right)^4\right]^{-\frac{1}{2}}$

s. $\left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{3}{5}\right)^2\right]^2$

t. $\left(\dfrac{1}{2^{-3}} - \dfrac{1}{2^{-1}}\right)^{-3}$

u. $\left(\dfrac{7^{-1}}{2^{-1} + 3^{-1} + 6^{-1}}\right)^{-2}$

v. $\left(-\dfrac{1}{3^{-3}}\right)^{-2}$

2. Desarrolla las siguientes expresiones.

a. $(6)^{-4}$
b. -2^{-5}
c. $(-9)^{3}$
d. $(-3)^{4}$
e. $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$
f. $\left(-\frac{1}{4}\right)^{4}$
g. $-(1+2)^{2}$
h. $(3-1)^{2}$
i. $(0.5+3.8)^{2}$
j. $\left(5+\frac{1}{4}\right)^{2}$
k. $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)^{3}$

3. Selecciona la respuesta correcta.

1. $2^5-2^4+2^3-2^2+2^1=$
a. 8
b. 16
c. 22
d. 32
e. 2^6

2. $\left(\frac{7{,}09}{0{,}00709}\right)^{5}*\frac{1}{100}*\left(\frac{0{,}000623}{623}\right)^{2}=$
a. 0,1
b. 1
c. 10
d. 100
e. 1000

3. $\frac{3{,}6*10^{9}}{0{,}4*10^{4}}=$
a. $0{,}09\cdot10^{7}$
b. $0{,}9\cdot10^{5}$
c. $9\cdot5$
d. $9\cdot10^{2}$
e. Ninguna de las anteriores.

4. El valor de $(0{,}008)^{2}\cdot(0{,}2)^{-4}$ expresado en notación científica es:
a. $0{,}4\cdot10^{-2}$
b. $6{,}4\cdot10$
c. $1{,}6\cdot10^{4}$
d. $4\cdot10^{-2}$
e. E) $4\cdot10^{-3}$

5. El triple de $a^{0}+3a$ está representado por
a. $9a$
b. $12a$
c. $3+3a$
d. $1+3a$
e. $3\cdot(1+3a)$

6. Si $a=2$, entonces $\frac{a^{-a}-a^{a}}{a^{a}}=$
a. $-\frac{15}{16}$
b. $-\frac{12}{16}$
c. 0
d. $\frac{1}{16}$
e. $\frac{17}{16}$

7. Si $p=\frac{1}{4}$, entonces al evaluar $p^{-1}+\left(-\frac{1}{p}\right)^{-1}$ se obtiene
a. 0
b. $\frac{1}{4}$
c. $\frac{9}{4}$
d. $\frac{15}{4}$
e. $\frac{7}{4}$

8. Si $x=-2$, entonces el valor de $5x^{3}-3x^{2}+4x^{-2}+16x^{-3}$ es:
a.60
b.106
c.-53
d.81
e.72

9. Si $x=-2$ e $y=3$, entonces $\left(\frac{x}{y}-\frac{y}{x}\right)^{-1}=$

a. $-\frac{6}{13}$

b. $\frac{6}{5}$

c. -6

d. $\frac{1}{2}$

e. $-\frac{5}{6}$

Radicación

Es una operación que permite hallar un valor que multiplicado tantas veces como lo indica el índice, dé el valor que se encuentra dentro del radical, el cual recibe el nombre de radicando. Lo anterior se define a continuación:

- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, donde: a es la base, m el exponente y n el índice.

Teoremas

Los teoremas de los exponentes también aplican a radicales, ya que se expresan como exponentes fraccionarios.

- $\sqrt[n]{a \cdot b \cdot c} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}$
- $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \left(\sqrt[m]{a}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n \cdot m}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

Ejemplos:

a. ¿Cuál es el resultado de $\left(2^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{-\frac{3}{2}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}}\right)\left(2^{-\frac{5}{4}} \cdot \sqrt{3^5} \cdot 125^{\frac{1}{2}}\right)$?

Solución: se descompone 125 en sus factores primos y el radical se expresa como exponente fraccionario, se aplican las leyes de los exponentes y se obtiene el resultado final.

$$\begin{aligned}
\left(2^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{-\frac{3}{2}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}}\right)\left(2^{-\frac{5}{4}} \cdot \sqrt{3^5} \cdot 125^{\frac{1}{2}}\right) &= \left(2^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{-\frac{3}{2}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}}\right)\left(2^{-\frac{5}{4}} \cdot 3^{\frac{5}{2}} \cdot (5^3)^{\frac{1}{2}}\right) \\
&= \left(2^{\frac{1}{4}} \cdot 3^{-\frac{3}{2}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}}\right)\left(2^{-\frac{5}{4}} \cdot 3^{\frac{5}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}}\right) \\
&= 2^{\frac{1}{4}+\left(-\frac{5}{4}\right)} \cdot 3^{-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}} = 2^{-\frac{4}{4}} \cdot 3^{\frac{2}{2}} \cdot 5^{\frac{2}{2}} \\
&= 2^{-1} \cdot 3 \cdot 5 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = \frac{15}{2}
\end{aligned}$$

b. Simplifica la expresión $\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{\sqrt{2} \cdot 2^3}}{\sqrt[4]{32}}$.

Solución: se transforman los radicales a exponentes fraccionarios y se realizan las operaciones con la aplicación de los respectivos teoremas.

$$\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{\sqrt{2} \cdot 2^3}}{\sqrt[4]{32}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\left(2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^3\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(2^5\right)^{\frac{1}{4}}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\left(2^{\frac{1}{2}+3}\right)^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{5}{4}}} = 2^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\left(2^{\frac{7}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{5}{4}}}$$

$$= 2^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{2^{\frac{7}{4}}}{2^{\frac{5}{4}}} = 2^{\frac{1}{2}+\frac{7}{4}-\frac{5}{4}} = 2^{\frac{2}{2}} = 2$$

Simplificación de radicales

Este procedimiento consiste en expresar un radical en su forma más simple. Para simplificar un radical, el exponente de la base debe ser mao que el índice del radical.

Ejemplo:

Simplifica $\frac{1}{2}\sqrt[5]{96}$

Solución: se simplifica el radical y el resultado se multiplica por la fracción para obtener el resultado de la operación. $\frac{1}{2}\sqrt[5]{96}=\frac{1}{2}\sqrt[5]{2^5\cdot 3}=\frac{1}{2}\sqrt[5]{2^5}\cdot\sqrt[5]{3}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt[5]{3}=\sqrt[5]{3}$

<u>Suma y resta de radicales</u>

Estas operaciones se pueden efectuar si y sólo si el índice del radical y el radicando son iguales (radicales semejantes). $a\sqrt[n]{d}+b\sqrt[n]{d}-c\sqrt[n]{d}=(a+b-c)\ \sqrt[n]{d}$

Ejemplo:

Efectúa $\frac{3}{4}\sqrt{6}-\frac{1}{6}\sqrt{6}$

Solución: se realizan las operaciones con las fracciones y se obtiene el resultado.

$$\frac{3}{4}\sqrt{6}-\frac{1}{6}\sqrt{6}=\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)\sqrt{6}=\frac{7}{12}\sqrt{6}$$

Si los radicandos son diferentes, no se pueden sumar o restar los radicales de primera instancia, entonces se simplifican; si resultan semejantes se efectúan las operaciones, de lo contrario, se dejan indicadas.

Ejemplo:

Realiza $\frac{2}{15}\sqrt{405}-\frac{1}{6}\sqrt{128}-\frac{1}{10}\sqrt{125}+3\sqrt{32}$

Solución: se simplifican los radicales, se multiplican por las cantidades que les anteceden y se simplifican las fracciones.

$$\begin{aligned}\frac{2}{15}\sqrt{405}-\frac{1}{6}\sqrt{128}-\frac{1}{10}\sqrt{125}+3\sqrt{32}&=\frac{2}{15}\sqrt{3^4\cdot 5}-\frac{1}{6}\sqrt{2^6\cdot 2}-\frac{1}{10}\sqrt{5^2\cdot 5}+3\sqrt{2^4\cdot 2}\\&=\frac{2}{15}\left(3^2\sqrt{5}\right)-\frac{1}{6}\left(2^3\sqrt{2}\right)-\frac{1}{10}\left(5\sqrt{5}\right)+3\left(2^2\sqrt{2}\right)\\&=\frac{18}{15}\sqrt{5}-\frac{8}{6}\sqrt{2}-\frac{5}{10}\sqrt{5}+12\sqrt{2}\\&=\frac{6}{5}\sqrt{5}-\frac{4}{3}\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{5}+12\sqrt{2}\end{aligned}$$

<u>Multiplicación</u>

Se pueden realizar dos tipos de multiplicación:

Multiplicación de radicales con índices iguales. Cuando los índices de los radicales son iguales, se multiplican los radicandos y de ser posible se simplifica el resultado.

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\cdot\sqrt[n]{c}=\sqrt[n]{a\cdot b\cdot c}$$

Ejemplo:

Realiza $\left(2\sqrt[3]{4}\right)\left(3\sqrt[3]{10}\right)$

Solución: se multiplica y simplifica el resultado.

$$\left(2\sqrt[3]{4}\right)\cdot\left(3\sqrt[3]{10}\right)=6\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{10}=6\sqrt[3]{(4)(10)}=6\sqrt[3]{40}=6\sqrt[3]{2^3\cdot 5}=6\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{5}=6(2)\sqrt[3]{5}=12\sqrt[3]{5}$$

Multiplicación de radicales con índices diferentes. Para multiplicar radicales con índices diferentes se busca un índice común, que resulta del mínimo común múltiplo de los índices de las radicales y recibe el nombre de "mínimo común índice".

Ejemplo:

Multiplica $\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[8]{2}$

Solución: se convierten los índices de los radicales a índices 8 y se realizan las respectivas operaciones.

$$\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[8]{2}=\sqrt[2\times4]{2^4}\cdot\sqrt[4\times2]{2^2}\cdot\sqrt[8]{2}=\sqrt[8]{2^4}\cdot\sqrt[8]{2^2}\cdot\sqrt[8]{2}=\sqrt[8]{2^4\cdot 2^2\cdot 2}=\sqrt[8]{2^7}=\sqrt[8]{128}$$

<u>División</u>

Se pueden realizar dos tipos de división

División de radicales con índices iguales. Para efectuar la división se aplica el siguiente teorema:

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Ejemplo:

¿Cuál es el resultado de $\frac{6\sqrt{28}}{\sqrt{63}}$?

Solución: se simplifican los radicales y se realiza la operación.

$$\frac{6\sqrt{28}}{\sqrt{63}}=\frac{6\sqrt{2^2\cdot 7}}{\sqrt{3^2\cdot 7}}=\frac{6\sqrt{2^2}\sqrt{7}}{\sqrt{3^2}\sqrt{7}}=\frac{6(2)}{3}\sqrt{\frac{7}{7}}=\frac{12}{3}\sqrt{1}=4(1)=4$$

División de radicales con índices diferentes. Se transforman los radicales a un índice común y después se realiza la división.

Ejemplo:

¿Cuál es el resultado de $\frac{6\sqrt{12}+2\sqrt[3]{6}}{2\sqrt{3}}$?

Solución: se divide cada término del numerador entre el denominador y se obtiene:

$$\frac{6\sqrt{12}+2\sqrt[3]{6}}{2\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}+\frac{2\sqrt[3]{6}}{2\sqrt{3}}=3\sqrt{\frac{12}{3}}+\frac{\sqrt[3\times 2]{(2\cdot 3)^2}}{\sqrt[2\times 3]{3^3}}=3\sqrt{4}+\frac{\sqrt[6]{2^2\cdot 3^2}}{\sqrt[6]{3^3}}$$

$$=3(2)+\sqrt[6]{\frac{2^2\cdot 3^2}{3^3}}=6+\sqrt[6]{2^2\cdot 3^{-1}}=6+\sqrt[6]{2^2\cdot\frac{1}{3}}=6+\sqrt[6]{\frac{4}{3}}$$

<u>Racionalización:</u>

Racionalizar es representar una fracción en otra equivalente que contenga una raíz en el numerador, cuyo numerador o denominador sea un número racional respectivamente.

Racionalización del denominador. Dada una expresión de la forma $\frac{c}{\sqrt[n]{a^m}}$, se racionaliza de la siguiente manera:

$$\frac{c}{\sqrt[n]{a^m}}=\frac{c}{\sqrt[n]{a^m}}\cdot\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}=\frac{c\cdot\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{m+n-m}}}=\frac{c\cdot\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^n}}=\frac{c\cdot\sqrt[n]{a^{n-m}}}{a}=\frac{c}{a}\cdot\sqrt[n]{a^{n-m}}$$

Ejemplo:

Racionaliza la expresión $\sqrt{\frac{2}{5}}$.

Solución

Se debe separar la expresión en raíces y se multiplican por $\sqrt{5^{2-1}}=\sqrt{5}$ tanto numerador como denominador, para obtener el resultado:

$$\sqrt{\frac{2}{5}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5^2}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$$

Racionalización de un denominador binomio. Par racionalizar una fracción cuyo denominador es un binomio (a ± b) y alguno o ambos elementos tienen una raíz cuadrada, se multiplica por el conjugado del binomio (a ± b).

$$\frac{c}{a\pm b}=\frac{c}{a\pm b}\cdot\frac{a\mp b}{a\mp b}=\frac{c\cdot(a\mp b)}{a^2-b^2}$$

Ejemplo:

Racionaliza la expresión $\frac{3}{1+\sqrt{2}}$.

Solución

Se multiplica el numerador y el denominador de la expresión por $1-\sqrt{2}$, que es el conjugado del denominador $1+\sqrt{2}$

$$\frac{3}{1+\sqrt{2}}=\frac{3}{1+\sqrt{2}}\cdot\frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}=\frac{3-3\sqrt{2}}{(1)^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{3-3\sqrt{2}}{1-2}=\frac{3-3\sqrt{2}}{-1}=3\sqrt{2}-3$$

ACTIVIDAD 2

A. *Aplica las definiciones y teoremas de los exponentes y efectúa las siguientes ejercicios:*

1. $\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}$
2. $\sqrt{a}\cdot\sqrt{5b}$
3. $\sqrt[5]{3}\cdot\sqrt[5]{-27}$
4. $\sqrt{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}$
5. $\sqrt{m^2-n^2}\cdot\sqrt{\frac{1}{m-n}}$
6. $\left(\sqrt{x}-y\right)^2$
7. $2\sqrt{\frac{a^x}{3}}\cdot\sqrt{\frac{a^{x-3}}{2}}$
8. $\sqrt[7]{\frac{-2a}{m}}\cdot\sqrt[7]{\frac{m}{2a}}$
9. $\left(\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{5}}{5^2}\right)^{-1}\cdot\sqrt{\frac{5^{-1}\cdot\sqrt{5}}{\sqrt[4]{5}}}$
10. $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{10}}{2^{\frac{-5}{3}}\cdot 5^{\frac{-11}{3}}}}$

B. *Realiza las siguientes operaciones.*

1. $\sqrt{2}-9\sqrt{2}+30\sqrt{2}-40\sqrt{2}$
2. $2\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sqrt{5}+\frac{3}{4}\sqrt{5}$
3. $\sqrt{175}+\sqrt{243}-\sqrt{63}-2\sqrt{75}$
4. $\frac{1}{2}\sqrt{12}-\frac{1}{3}\sqrt{18}+\frac{3}{4}\sqrt{48}+\frac{1}{6}\sqrt{72}$
5. $\frac{5}{6}\sqrt[3]{15}\cdot 12\sqrt[3]{50}$
6. $\frac{1}{2}\sqrt{3xy}:\frac{3}{4}\sqrt{x}$
7. $3\sqrt[3]{16a^5}:4\sqrt[3]{2a^2}$
8. $\frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{1}{2}}:\frac{1}{6}\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$
9. $\sqrt[3]{\frac{a^4b^4}{c^5}}:\sqrt[3]{\frac{bc^{-2}}{a^{-1}}}+\sqrt{\frac{b^3}{a^{-1}c^4}}:\sqrt{\frac{a^{-1}c^{-2}}{b^{-1}}}$
10. $0{,}25^{0{,}5}+(-0{,}125)^{\frac{1}{3}}+5\cdot(\frac{9}{25})^{0{,}5}$
11. $2\sqrt{2}(3\sqrt{8}-5\sqrt{50}+6\sqrt{18}-4\sqrt{32})$
12. $4\sqrt[3]{\sqrt[6]{xy}}-2\sqrt[9]{\sqrt{xy}}+5\sqrt[18]{xy}$
13. $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}$
14. $(16\sqrt{50}-3\sqrt{128}+2\sqrt{32}-\sqrt{200}):\sqrt{2}$
15. $(\frac{2}{7}\sqrt{7}-5\sqrt{3})(\frac{2}{7}\sqrt{7}+5\sqrt{3})$
16. $\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{5}\right)^2}\times\frac{3}{2}\div\frac{2}{5}-\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{4}{3}\div\frac{3}{4}$
17. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2-12\left\{\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\div 6+\frac{3}{8}\left(\frac{5}{2}-\frac{2}{3}\right)-\frac{25}{36}\right\}$
18. $\left(\sqrt{\frac{25}{36}}-\sqrt{\frac{1}{36}}\right)^2\div\frac{1}{3}-2\left[\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right]^2$

C. *Racionaliza:*

a) $\frac{3}{5\sqrt{2}}$ b) $\frac{5+\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{2}{3-\sqrt{2}}$ e) $\frac{10}{3+\sqrt{5}}$

f) $\frac{3}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$ g) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{15}+\sqrt{5}}$ h) $\frac{\sqrt{12}+\sqrt{2}}{\sqrt{12}-\sqrt{2}}$ i) $\frac{2}{3-\sqrt{2}+\sqrt{6}}$

D. *Resuelve las siguientes situaciones problema:*

1.El área de una habitación cuadrada es 144z^6y^2 pulgadas cuadradas. ¿Cuáles son las dimensiones de la habitación?

2. El volumen de un cubo está dado por la expresión 512a^9b^6. ¿Cuál es la longitud de su arista?

3. Los catetos de un triángulo rectángulo isósceles miden $\sqrt{8m^2n^2}$, ¿cuál es la longitud de la hipotenusa?

E. *consulta a cerca de los siguientes temas.(Presenta los resultados de tu consulta en hojas tamaño carta):*

1. *El algoritmo para el cálculo de la raíz cuadrado.*
2. *El algoritmo para el cálculo de la raíz cubica.*
3. *La racionalización de un numerador.*
4. *La racionalización de un numerador binomio.*

F. *¿Qué es el algebra?*

Expresiones algebraicas

Una expresión algebraica es una combinación de números y letras sometidos a las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación, que cumplen las mismas reglas que con los números.
Ejemplo: $3x^2 + 6xy + 3y^2$
Un término es una combinación de números y símbolos (que representan números) unidos por las operaciones elementales como la suma, restas, multiplicaciones o divisiones.
Ejemplo: $9x^5y$, $-8x^2/y$ son términos de una expresión algebraica.
Un factor es cada uno de los componentes de un término.
Elegido un factor, ***un coeficiente***, es lo queda del término. Si el coeficiente es un número se le llama ***coeficiente numérico***.

Ejemplos:

Expresión algebraica	Términos	Factores	Coeficientes	Coeficientes Numéricos
$a x^2 + bx + b$	ax^2	x^2	a	a, b y c son coeficientes numéricos de los respectivos
		a	x^2	
	bx	x	b	
		a	x	
	c	c	c	
4xy+1	4xy	4	xy	4 es el coeficiente numérico de 4xy
		x	4y	
		y	4x	
	1	1	Por ser único elemento no tiene otro coeficiente	1 es coeficiente numérico

Se considera **términos semejantes** aquellos términos que se diferencian de su coeficiente numérico. En este caso los términos se pueden reducir a un solo término.
Para simplificar expresiones que involucran términos semejantes, se suman o restan los coeficientes.
Ejemplo:
Reduce la expresión $-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b$

Solución: $-10x^{2a}y^b + 5x^{2a}y^b - 6x^{2a}y^b + 11x^{2a}y^b = (-10+5-6+11)x^{2a}y^b = 0x^{2a}y^b = 0$
El grado de un término es la suma de los exponentes de las variables. El grado de una constante es cero.
Una parte importante en el lenguaje algebraico es la distinción entre lo que es una identidad y lo que es una ecuación. Mientras que para ***una identidad*** formada por dos expresiones separadas por una igualdad, donde para cada valor de su variable se cumple su igualdad, para ***las ecuaciones*** solo se cumplirá la igualdad para ciertos valores de la expresión.
Ejemplos:

Expresión	Identificación
$Sen^2 t + Cos^2 t = 1$	**Identidad**
$X^2 - 6x + 7 = 0$	**Ecuación**
$A^2 + B^2 = C^2$	**Ecuación**
4x /(2x-y+y)= 2	**Igualdad**

Expresión algebraica	Grado de la expresión
$10x^4z$	Quinto grado
$10x^4z + 1$	Quinto grado

Cuando sustituimos en las expresiones algebraicas las letras o símbolos por números el resultado se llama valor numérico. Una expresión algebraica puede tomar una infinidad de valores numéricos, dependiendo de los valores numéricos que les demos a las letras por esa razón a las letras que aparecen en las expresiones algebraicas se les llama variables.

ACTIVIDAD 3

1. Responde:
a. ¿Qué es un monomio?
b. ¿Qué es un polinomio?
c. ¿Qué es un monomio homogéneo?
d. ¿Qué es un monomio heterogéneo?

2. Escribe en cada caso, 2 monomios que cumplan con las condiciones dadas:
a. Signo negativo y tres variables.
b. Que el coeficiente sea el número $\frac{16}{7}$ y dos variables.
c. Que tenga 5 variables y sea de grado absoluto 8.
d. Que tengan signo positivo y sea de grado absoluto 5.

3. En la siguiente tabla identifica las partes del monomio:

Monomio	Signo	Coeficiente	Variable	Grado relativo	Grado absoluto
$\frac{8}{5}x^3y^5$	+	$\frac{8}{5}$	x^3y^5	De x es 3 De y es 5	8
$-\frac{1}{2}a^{13}b^8c^2$					
$-my^6$					
$6p^2q^5r$					
$-\frac{4}{11}$					
$+x^3y^5z$					
$\frac{8}{5}k^5$					

4. Escribe **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda y justifica tu respuesta.

a. El monomio $-\frac{13}{11}x^7y^3z^3$ es de grado absoluto 12. _______
Porque:________________________________
____
____
____

b. El grado absoluto de un monomio se obtiene sumando los exponentes de las variables que lo conforman con el coeficiente. _______
Porque:________________________________
____

____
____

c. $-6pr^2rk^5$ es un monomio que tiene 4 variables. _________
Porque:________________________________
____
____
____

d. el monomio $-n$ tiene variable independiente. __________
Porque:________________________________
____
____
____

4. Hallar un monomio homogéneo y otro heterogéneo al monomio dado:

Monomio	Homogéneo	Heterogéneo
$\frac{8}{5}x^3y^5$	$-7x^3y^5$	$\frac{8}{5}x^3m^7a^5y$
$-\frac{1}{2}a^{13}b^8c^2$		
$-my^6$		
$6p^2q^5r$		
$-\frac{4}{11}$		
$+x^3y^5z$		
$\frac{8}{5}k^5$		

5. simplifica los términos semejantes:

1. $m + 2m$ **2.** $a + 2a + 9a$ **3.** $m^2 - 2m^2 - 7m^2$ **4.** $6x^2y^2 - 12x^2y^2 + x^2y^2$ **5.** $3a - 2b - 5b + 9a$ **6.** $a^2 + b^2 - 2b^2 - 3a^2 - a^2 + b^2$ **7.** $x^2yz + 3xy^2z - 2xyz^2 - 3xy^2z + xyz^2 - x^2yz$ **8.** $2pq + 3p - 12q - 15q + 7pq - 13p$ **9.** $2x - 6y - 2x - 3y - 5y$ **10.** $15a + 13a - 12b - 11a - 4b - b$	**11.** $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} + \frac{a}{4}$ **12.** $\frac{a^2b}{5} - \frac{2ab^2}{3} + \frac{3ab^2}{2} - \frac{6a^2b}{5}$ **13.** $m - \frac{m}{2} + \frac{2m}{3} - \frac{m}{4}$ **14.** $\frac{3a-b}{2} + \frac{3a-b}{5}$ **15.** $2p + \frac{3}{4}q - 7p + \frac{3}{2}q$ **16.** $a + a^2 + a^3 + a^4 - a - 2a^2 + 3a^3 - 4a^4$ **17.** $0{,}2\,m - 0{,}02n + 1{,}07m - 1{,}03n - m - n$ **18.** $0{,}5x^2y - 0{,}4xy^2 + 0{,}3x^2y - 0{,}2xy^2 + x^2y$ **19.** $1{,}17a - 2{,}15a - 3{,}25a + 4{,}141a$
20. $1 + x + xy - 2 + 2x - 3xy - 3 + 2xy - 3x$ **21.** $\frac{1}{5}m^2n - \frac{2}{3}mn - \frac{3}{2}m^2n + \frac{3}{10}m^2n - \frac{8}{3}mn$ **22.** $\frac{27}{4}p - \frac{35}{6}q + \frac{1}{4}p - \frac{1}{6}q$ **23.** $u^2 + uv + v^2 - 2u^2 + 3uv - v^2$ **24.** $\frac{11}{3}s - \frac{3}{4}t + \frac{2}{3}s - \frac{1}{3}s - \frac{5}{3}s + t + \frac{1}{4}t$	**25.** $0{,}117a - 0{,}35b - 2{,}25b - 1{,}1b + 3{,}04a$ **26.** $10a + 5a^2 - 13a^3 - 2a - 9a^3 + 16a^2 + a$ **27.** $\frac{1}{6}pt - \frac{2}{5}p - \frac{3}{4}t + \frac{2}{3}pt - \frac{3}{5}p + \frac{7}{4}t + \frac{1}{6}pt$ **28.** $x^2yz - xy^2z^2 + xy^2z^2 - x^2y^2z^2$ **29.** $\frac{3}{4}a^2b - \frac{2}{3}ab^2 - a^2b - 3ab^2 + \frac{1}{2}ab^2$ **30.** $0{,}7m - \frac{1}{7}p - 0{,}04m + 0{,}3p - \frac{3}{4}p$

Operaciones con polinomios

Suma de polinomios

Para sumar dos polinomios se suman los coeficientes de los términos del mismo grado.

$P(x) = 2x^3 + 5x - 3$ $Q(x) = 4x - 3x^2 + 2x^3$

1. **Ordenamos** los **polinomios**, si no lo están.
   $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$
   $P(x) + Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) + (2x^3 - 3x^2 + 4x)$
2. **Agrupamos** los **monomios** del **mismo grado**.
   $P(x) + Q(x) = 2x^3 + 2x^3 - 3x^2 + 5x + 4x - 3$
3. **Sumamos los monomios semejantes**.
   $P(x) + Q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 9x - 3$

Resta de polinomios

La resta de polinomios consiste en **sumar el opuesto del sustraendo**.

$P(x) - Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) - (2x^3 - 3x^2 + 4x)$
$P(x) - Q(x) = 2x^3 + 5x - 3 - 2x^3 + 3x^2 - 4x$
$P(x) - Q(x) = 2x^3 - 2x^3 + 3x^2 + 5x - 4x - 3$
$P(x) - Q(x) = 3x^2 + x - 3$

Multiplicación de polinomios

✓**Multiplicación de un número por un polinomio**

Es otro **polinomio** que tiene de **grado** el **mismo** del polinomio y como **coeficientes** el **producto de los coeficientes del polinomio por el número**.

$3 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^3 - 9x^2 + 12x - 6$

✓**Multiplicación de un monomio por un polinomio**

Se **multiplica el monomio** por todos y **cada** uno de los **monomios que forman el polinomio**.

$3x^2 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^5 - 9x^4 + 12x^3 - 6x^2$

✓**Multiplicación de polinomios**

$P(x) = 2x^2 - 3$ $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$

Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los elementos segundo polinomio.

$P(x) \cdot Q(x) = (2x^2 - 3) \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x) =$

$= 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x =$

Se suman los monomios del mismo grado.

$= 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x$

Se obtiene otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplican.

También podemos **multiplicar polinomios** del siguiente modo:

$$\begin{array}{r}
2x^3 - 3x^2 + 4x \\
\underline{2x^2 - 3} \\
-6x^3 + 9x^2 - 12x \\
\underline{4x^5 - 6x^4 + 8x^3 } \\
4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x
\end{array}$$

<u>División de polinomios</u>

Resolver la división de polinomios:

$P(x) = x^5 + 2x^3 - x - 8$ $\quad$ $Q(x) = x^2 - 2x + 1$

P(x): Q(x)

A la izquierda situamos el dividendo. Si el polinomio **no es completo** dejamos **huecos** en los lugares que correspondan o colocamos ceros reemplazando estos espacios.

$$x^5 \qquad +2x^3 \qquad -x-8 \qquad \big|\ \underline{x^2 - 2x + 1}$$

A la derecha situamos el divisor dentro de una caja.

Dividimos el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor.

$x^5 : x^2 = x^3$

Multiplicamos cada término del polinomio divisor por el resultado anterior y lo restamos del polinomio dividendo:

$$\begin{array}{lllll|l}
x^5 & & +2x^3 & & -x-8 & \underline{x^2-2x+1} \\
\underline{-x^5} & \underline{+2x^4} & \underline{-x^3} & & & x^3 \\
 & 2x^4 & +\ x^3 & & -x-8 &
\end{array}$$

Volvemos a **dividir** el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor. Y el resultado lo multiplicamos por el divisor y lo restamos al dividendo.

$2x^4: x^2 = 2\ x^2$

$$\begin{array}{llllll|l}
x^5 & & +2x^3 & & -x-8 & & \underline{x^2-2x+1} \\
\underline{-x^5} & \underline{+2x^4} & \underline{-x^3} & & & & x^3+2x^2 \\
 & 2x^4 & +\ x^3 & & -x-8 & & \\
 & \underline{-2x^4} & \underline{+4x^3} & \underline{-2x^2} & & & \\
 & & 5x^3 & -2\ x^2 & -\ x-8 & &
\end{array}$$

Procedemos igual que antes.

$5x^3: x^2 = 5\ x$

$$\begin{array}{lllllll|l}
x^5 & & +2x^3 & & -x-8 & & & \underline{x^2-2x+1} \\
-x^5 & +2x^4 & -x^3 & & & & & x^3+2x^2+5x \\
 & 2x^4 & +\ x^3 & & -x-8 & & & \\
 & \underline{-2x^4} & \underline{+4x^3} & \underline{-2x^2} & & & & \\
 & & 5x^3 & 2\ x^2 & x \quad 8 & & & \\
 & & \underline{-5x^3} & \underline{+10x^2} & \underline{-5x} & & & \\
 & & & 8x^2 & -6\ x-8 & & &
\end{array}$$

Volvemos a hacer las mismas operaciones.

$8x^2 : x^2 = 8$

$$\begin{array}{llllll|l}
x^5 & & +2x^3 & & -x-8 & & \underline{x^2-2x+1} \\
\underline{-x^5} & \underline{+2x^4} & \underline{-x^3} & & & & x^3+2x^2+5x+8 \\
 & 2x^4 & +\ x^3 & & & & \\
 & \underline{-2x^4} & \underline{+4x^3} & \underline{-2x^2} & & & \\
 & & 5x^3 & -2\ x^2 & -\ x & & \\
 & & \underline{-5x^3} & \underline{+10x^2} & \underline{-5x} & & \\
 & & & 8x^2 & -6\ x-8 & & \\
 & & & \underline{-8x^2} & \underline{+16x-8} & & \\
 & & & & 10x-16 & &
\end{array}$$

$10x - 6$ es el **resto**, porque su **grado es menor que el del divisor** y por tanto no se puede continuar dividiendo.

x^3+2x^2+5x+8 es el cociente.

ACTIVIDAD 4

1. ¿Cómo se dividen polinomios por el método de Ruffini?

2. Encontrar el polinomio opuesto y el valor numérico de los siguientes polinomios, si

$x=-2$; $y=\frac{1}{4}$; $m=0$; $t=1$; $a=-3$; $b=\frac{3}{4}$; $c=2$; $z=-\frac{3}{2}$

Expresión	Polinomio Opuesto	Valor numérico (procedimiento)
$\frac{8}{5}x^3y^5+x^5m^2t^3-15$		
$-\frac{1}{2}a^{13}b^8c^2-11a^3c^{12}$		
$-my^6-\frac{5}{6}+m^2-5xy^2$		
$-\frac{4}{3}x-5xyz+\frac{x^3y}{2}$		

3. Realiza las siguientes sumas y restas de polinomios:

a) $(8x^2-2x+1)-(3x^2+5x-8)=$
b) $(2x^3-3x^2+5x-1)-(x^2+1-3x)=$
c) $(7x^4-5x^5+4x^2-7)+(x^3-3x^2-5+x)-(-3x^4+5-8x+2x^3)=$
d) $(-5z+2y)-(2z-5y-7x-1)+(-3z-4y-9x)-(-4y+8x-5)=$
e) $(xy^2-3x^2-y^2+x^2y)-(x^2y+5x^2)+(3xy^2-y^2-5x^2)=$

4. Dados los polinomios
$P(x)=-7x^4+6x^2+6x+5$; $Q(x)=-2x^2+2+3x^5$; $R(x)=x^3-x^5+3x^2$
Calcular:
a) $P(x)+Q(x)$
b) $P(x)-Q(x)-R(x)$
c) $P(x)-Q(x)$
d) $R(x)+P(x)-Q(x)$
e) $P(x)+Q(x)+R(x)$
f) $P(x)-R(x)+Q(x)$

5. Marca la respuesta correcta. Justifica tu respuesta.

A. Al multiplicar $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$ se obtiene
   a. $x^4+2x^2y^2+y^4$
   b. $x^4+x^2y^2+y^4$
   c. $x^4-2x^2y^2+y^4$
   d. $x^4-x^2y^2+y^4$
   e. Ninguna de las anteriores

B. Al operar $(a-1)^2$ se obtiene:
   a. a^2+2a+1
   b. a^2-1
   c. a^2-2a+1
   d. a^2-2a-1

e. Ninguna de las anteriores

C. Al operar $2x(x-3x^2)-3(5x^2-3x)$ se obtiene

a. $-6x^3+17x^2-9x$

b. $-6x^3+13x^2-9x$

c. $-6x^3-17x^2+9x$

d. $-6x^3-13x^2+9x$

e. Ninguna de las anteriores

6. Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones entre polinomios

a) $(4x-1)(2x+3)$ *b)* $(x^2-x+1)(x+1)$ *c)* $x(x^2+1)$ *d)* $(-3x+y)(2x-y)$ *e)* $(x^2+z+1)(x^2+y+2)$ *f)* $(x^2+x-2)(x+1)$ *g)* $(2a+b)(2a-b-1)$ *h)* $\frac{1}{4}(x+1)(3x+2)$ *i)* $(\frac{2}{3}k+t^2+1)(\frac{3}{4}kt)$ *j)* $(3m+\frac{1}{2}n+5)(2m+\frac{1}{4}n+2)$ *k)* $5n(3m+n)$ *l)* $(r+s+t)(r+2s+3t)$	a. $(15a^3-27a^2+12a-3a^5)\div 3a$ b. $(5x^5-3x^7+4x^4-5x^3)\div 2x^2$ c. $(12x^6-9x^5+6x^4)\div 3x^3$ d. $(6x^5+9x^3+12x^2)\div 3x^2$ e. $(8x^5-14x^4-5x^3)\div(2x^2-5x+3)$ f. $(x^6-3x-x^3-3)\div(x^2-3x)$ g. $(4x^2-19x+4x^3)\div(-3-2x)$ h. $(2x^5-3)\div(2x^2-4)$ i. $\left(\frac{3}{2}x^4-\frac{2}{5}x^3+\frac{9}{4}x^2+\frac{3}{5}x-1\right)\div\left(\frac{3}{2}x^2-\frac{2}{5}x+3\right)$ j. $\left(\frac{3}{2}x^4+\frac{19}{8}x^3-\frac{11}{12}x^2+\frac{2}{3}x-3\right)\div\left(\frac{1}{2}x^2+3\right)$

7. Realiza las siguientes divisiones de polinomios por la regla de Ruffini, en todas calcular el cociente y el residuo.

a) $(x^3-x^2+11x-10)\div(x-2)$

b) $(8x^3-3x+x^4+20+12x^2)\div(x+3)$

c) $(6x^4+20x^3-41x^2+50x+20)\div(x+5)$

d) $(20-22x^3+5x^5)\div(x-2)$

e) $\left(\frac{1}{2}x^6+\frac{2}{5}x^5-3x^4-\frac{5}{6}x^3+\frac{2}{3}x+4\right)\div(x-2)$

f) $\left(7x^2+\frac{2}{3}x^5+\frac{11}{12}x-\frac{15}{4}x^3+\frac{1}{2}\right)\div(x+3)$

8. resuelve las siguientes situaciones problema.

a. un producto tiene un precio en el mercado de 5y + 3 pesos, si de venden 3y + 1 productos. ¿Cuál es el ingreso que se obtuvo?

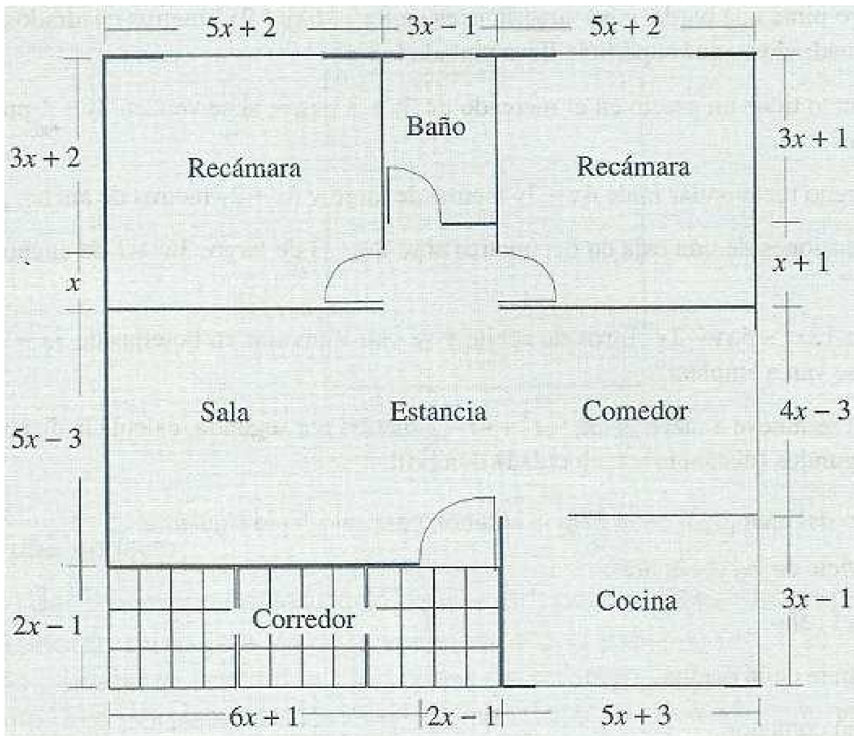
b. si un terreno rectangular mide 4x – 3y metros de largo y 5x + 2y metros de ancho. ¿Cuál es su superficie?

c. las dimensiones de una caja en decímetros son: 2w – 3 de largo, 3w +1 y 2w + 1 de altura. ¿Cuál es su volumen?

d. un obrero pinta una barda, cuya superficie es de $8x^2 + 6xy + 9y^2$ metros cuadrados, si le faltan por pintar $3x^2 + 8y^2$ metros cuadrados. ¿Qué superficie lleva pintada?

e. una partícula recorre $5t^2 + 4t + 7$ metros, después recorre $t^2 - 4$ y, finalmente, $-5t + 3$ metros. ¿Cuál es la distancia total de su recorrido?

f. observa el siguiente plano el siguiente plano de distribución de una casa la cual se proyecta en un terreno rectangular.



De acuerdo con éste calcula:

a. Superficie que abarca la construcción, excepto el corredor.
b. La superficie de las recamaras.
c. El área del baño.
d. La superficie de la cocina.
e. El área del comedor.

Productos notables

Los productos notables son productos especiales que resultan de generalizar algunas multiplicaciones y permiten encontrar un resultado de manera práctica y rápida.
Los productos notables más importantes y de mayor utilidad son:

✓ Cuadrado de un binomio

el desarrollo de la suma de dos cantidades al cuadrado es igual al cuadrado del primer término, más el doble producto del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo; esta regla general se expresa con la fórmula:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2 \cdot a \cdot b + b^2$$

A la expresión resultante se le conoce como trinomio cuadrado perfecto.

✓ Cuadrado de un trinomio

El desarrollo de la expresión $(a + b + c)^2$ es igual a la suma de los cuadrados de cada uno de los términos, más los dobles productos de las combinaciones entre ellos:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot a \cdot b + + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$

✓ Binomios conjugados

Son de la forma $(a + b)(a - b)$ y su resultado es la diferencia de lao cuadrados de ambas cantidades, como se ilustra en la fórmula:

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

✓ Binomios con término común

Son dela forma $(x + a)(x + b)$, su resultado es un trinomio cuyo desarrollo es el cuadrado del término común, más la suma de los términos no comunes por el término común, más el producto de los no comunes.

$$(x + a)\,(x + b) = x^2 + (a + b)\,x + ab$$

✓ Cubo de un binomio

es de la forma $(a + b)^2$, su desarrollo es un polinomio de cuatro términos al que se llama cubo perfecto y su desarrollo es el cubo del primer término, más el triple producto del cuadrado del primero por el segundo, más el triple producto del primero pero el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 \pm b^3$$

✓ Suma de cubos

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

✓ Diferencia de cubos

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$

Cocientes notables

Los cocientes notables más importantes se pueden desarrollar a partir de algunos de los productos notables vistos anteriormente.

Cociente de la diferencia de los cuadrados de dos cantidades entre la suma de las cantidades

$$\frac{a^2-b^2}{a+b}-a-b$$

$$\frac{a^3+b^3}{a+b}=a^2-ab+b^2$$

✓ Cociente de la diferencia de los cuadrados de dos cantidades entre la suma de las cantidades

$$\frac{a^2-b^2}{a-b}=a+b$$

✓ Cociente de la diferencia de los cubos de dos cantidades entre la diferencia de las cantidades

$$\frac{a^3-b^3}{a-b}=a^2+ab+b^2$$

✓Cociente de la suma de los cubos de dos cantidades entre la suma de las cantidades

Ejemplos:

Cubo de un binomio	$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$
Binomios conjugados	$(2x + 5) \cdot (2x - 5) = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$
Cubo de un binomio	$(x + 3)^3 = x^3+3\cdot x^2\cdot 3+3\cdot x\cdot 3^2+3^3 = x^3+9x^2+27x+27$ $(2x - 3)^3 = (2x)^3-3\cdot(2x)^2 \cdot 3+ 3\cdot 2x\cdot 3^2-3^3= 8x^3-36x^2+54x-27$
Cuadrado de un trinomio	$\mathbf{(a + b + c)^2 = a^2+b^2+c^2+2\cdot a\cdot b+2\cdot a\cdot c+2\cdot b\cdot c}$
Suma de cubos	$8x^3 + 27 = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$
Diferencia de cubos	$8x^3 - 27 = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$
Binomios con termino común	$(x + 2)(x + 3) = x^2 + (2 + 3)x + 2 \cdot 3 = x^2 +5x+ 6$

ACTIVIDAD 5

1. Resuelve:

a) $(x+2y)^2$

b) $(2a-3)^2$

c) $\left(2x+\frac{y}{2}\right)^2$

d) $\left(a^2-b^2\right)^2$

g)

e) $\left(3x-\frac{3}{x}\right)^2$

f) $\left(\frac{2}{3y}-\frac{3}{y}\right)^2$

2. Expresa como un cuadrado de binomio:

a) x^2+6x+9
b) $4a^2+12a+9$
c) $4x^2-4x+1$
d) x^4-2x^2+1
e) $x^2-10x+25$
f) b^4+6b^2+9

3. Calcula los productos siguientes:

a) $(2x+1)\cdot(2x-1)$
b) $(x^2-4)\cdot(x^2+4)$
c) $(3a-b)\cdot(3a+b)$
d) $(2a^2+5)\cdot(2a^2-5)$

4. Expresa como una suma por su diferencia:

a) $4x^2-25$
b) $9a^4-16b^2$
c) $16-25x^2$

5. Expresa como un producto:

a) $9x^2-25y^2$
b) $16-40x+25x^2$
c) $100a^2+144+240a$

6. Resuelve:

a) $(3x+2)\cdot(3x-2)$
b) $(5x^2-3)^2$
c) $(3a^2+b)^2$
d) $(2x-1)\cdot(2x+1)$
e) $(x + y + 1)(x - y - 1) =$
f) $(x^4 - 2)(x^4 + 5) =$
g) $(a^2 + 4)(a^2 - 4) =$
h) $(3ab - 5x^2)^2 =$
i) $(ab + 3)(3 - ab) =$
j) $(1 - 4ax)^2 =$
$(a^2+8)(a^2-7)=$

7. Calcula los productos siguientes:

e) $(2x+1)\cdot(2x-1)$
f) $(x^2-4)\cdot(x^2+4)$
g) $(3a-b)\cdot(3a+b)$
h) $(2a^2+5)\cdot(2a^2-5)$

8. Expresa como una suma por su diferencia:

d) $4x^2-25$
e) $9a^4-16b^2$
f) $16-25x^2$

9. Expresa como un producto:

d) $9x^2-25y^2$
e) $16-40x+25x^2$
f) $100a^2+144+240a$

10. Resuelve:

k) $(3x+2)\cdot(3x-2)$
l) $(5x^2-3)^2$
m) $(3a^2+b)^2$
n) $(2x-1)\cdot(2x+1)$
o) $(x + y + 1)(x - y - 1) =$
p) $(x^4 - 2)(x^4 + 5) =$
q) $(a^2 + 4)(a^2 - 4) =$
r) $(3ab - 5x^2)^2 =$
s) $(ab + 3)(3 - ab) =$
t) $(1 - 4ax)^2 =$
u) $(a^2 + 8)(a^2 - 7) =$

11. Completa la siguiente tabla:

P	Q	p+q	$(p + q)^2$	p^2	2pq	q^2	$p^2 + q^2$	$p^2 + 2pq + q^2$
2	3							
$\frac{1}{2}$	4							
2	$\frac{5}{3}$							
$\frac{3}{4}$	$\frac{12}{7}$							

Al observar los resultados de la tabla anterior se puede decir que la equivalente a **$(p + q)^2$** es_______________________________

	MODELO DE FORMACIÓN POR PROCESOS Y VALORES CRISTIANOS		
	DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS		
	GUÍA No. 5 TEMA: ÁNGULOS, LONGITUDES Y TRIÁNGULOS.		
	Versión 1.0	Fecha última actualización 01/09/ 2011	Página 1 de 10

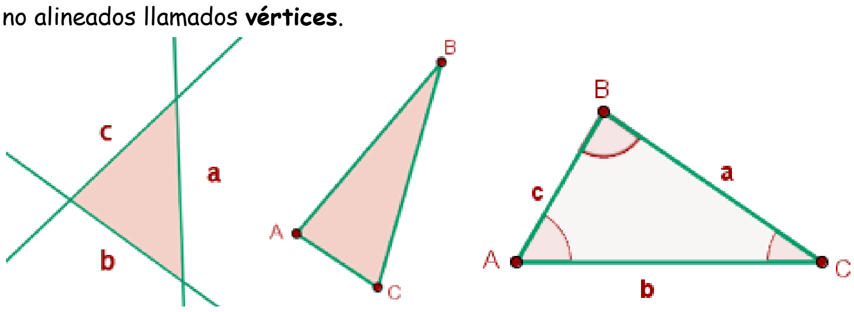
Fecha: _________________ Nombre del estudiante: ____
Grado: ____ Maestro: DIANA MARCELA AGUIRRE BERMÚDEZ Duración: ___________
Eje Articulador: Pensamiento espacial y sistemas geométricos; pensamiento métrico y sistema de medidas.

METAS DE CALIDAD	VALORACIÓN	FIRMA DE ACUDIENTES
• Clasifico los triángulos y distingo y conceptualizo sus líneas notables y las propiedades de éstas y las aplico a través del uso de artefactos que demuestren el desarrollo de mi capacidad mental. • Establezco relaciones de congruencia entre triángulos a través de criterios que evidencien en el uso de artefactos específicos para el desarrollo de mis procesos escolares. • Aplico conocimiento de ángulos y de triángulos al resolver situaciones problema que permiten fortalecer operaciones de pensamiento y me permitan expresarme con claridad.		

TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN

El **triángulo** es un **polígono** de **tres lados**.
El triángulo está determinado por tres **segmentos** de recta que se denominan **lados**, o por **tres puntos** no alineados llamados **vértices**.



Los **lados** de un **triángulo** se escriben en **minúscula**, con las mismas letras de los vértices opuestos.
Los **vértices** de un **triángulo** se escriben con letras **mayúsculas**.
Los **ángulos** de un **triángulo** se escriben igual que los **vértices**.

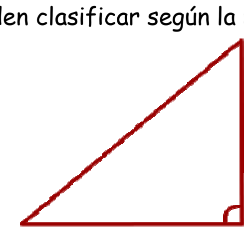
CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS

Los triángulos se pueden clasificar según sus ángulos o según sus lados.

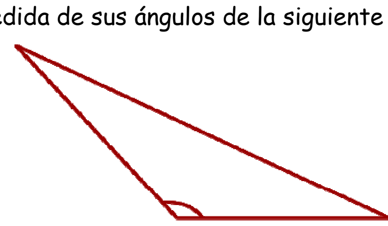
1. Clasificación de triángulos según sus ángulos

Los triángulos se pueden clasificar según la medida de sus ángulos de la siguiente manera:

Acutángulo
Tiene sus tres ángulos agudos (<90°)

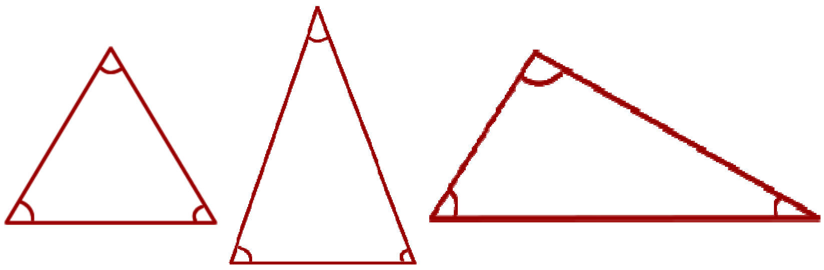


Rectángulo
Tiene un ángulo recto (=90°)



Obtusángulo
Tiene un ángulo obtuso (>90°)

2. Clasificación de triángulos según sus lados
Los triángulos se pueden clasificar según la medida de sus lados de la siguiente manera:



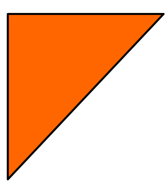
Equilátero
Tres lados iguales

Isósceles
Dos lados iguales
y uno desigual.

Escaleno
Todos sus lados desiguales

ACTIVIDAD 1

1. Mide los lados y los ángulos de los siguientes triángulos y escribe el nombre de cada uno de ellos.

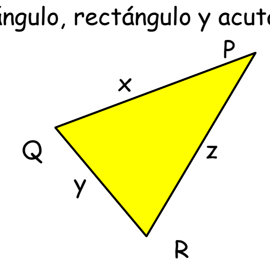


Triángulo _______________ Triángulo ___________ Triángulo _____________

2. Usando una regla, transportador y compas dibuja los triángulos que se indica.

3. Construir los triángulos que se indican, y clasifícalos según: su medida de sus lados (isósceles, equilátero, escaleno) y su medida de anglos (obtusángulo, rectángulo y acutángulo)

a. $x = 5cm$, $y = 3cm$, $z = 2cm$
b. $x = 7cm$, $y = 4cm$, $z = 7cm$
c. $x = 3cm$, $y = 5cm$, $m\,P=30°$
d. $m\,Q=90°$, $y = 6cm$, $z = 6cm$
e. $m\,Q=120°$, $y = 3cm$, $mP=40°$
f. $x = 4cm$, $mR=60°$, $mP=80°$



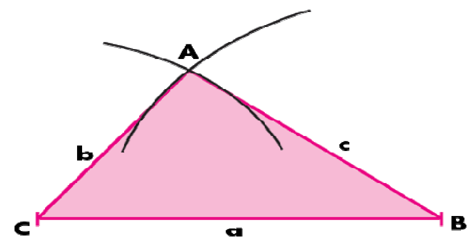
CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS CON REGLA Y COMPÁS

Para construir un triángulo no es necesario conocer sus tres lados y sus tres ángulos; sólo es necesario conocer tres elementos, entre los cuales debe haber, al menos un lado. Veámoslo:

A. Conocidos los tres lados.
Para construir un triángulo conocidos sus tres lados, podemos seguir los siguientes pasos:

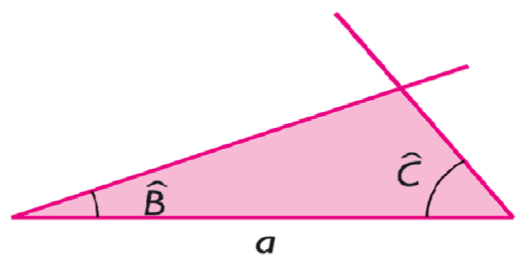
1. Se representa un segmento de medida igual al primer lado, a.
2. Desde el extremo B trazamos con el compás un arco de radio c.
3. Desde el extremo C trazamos con el compás un arco de radio b.

Al unir el punto de intersección de los dos arcos, A, con los extremos B y C, queda determinado el triángulo de lados a, b y c.



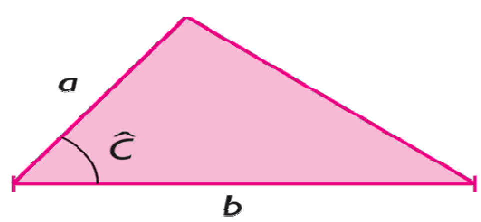
B. Conocido un lado y los dos ángulos adyacentes.
Para construir un triángulo conocido uno de sus lados y los dos ángulos adyacentes, podemos seguir los siguientes pasos:

1. Se representa un segmento de medida igual al lado conocido, a.
2. Se dibujan en ambos extremos los ángulos adyacentes (puedes ayudarte de un transportador de ángulos).
3. Se prolongan los lados de dichos ángulos hasta encontrar su punto de corte.



C. Conocidos dos lados y el ángulo comprendido entre ellos:
Seguiremos los siguientes pasos:

1. Se representan los dos segmentos unidos respetando el ángulo que forman.
2. Se unen los expremos resultantes.



ACTIVIDAD 2

1. Dibuja un triángulo de medidas 5, 7 y 15 cm
2. Dibuja un triángulo equilátero de lado 4 cm.
3. Construye un triángulo cumpliendo:
   a) El ángulo A mide 60 grados, el ángulo B mide 40 grados y el lado c mide 4 cm.
   b) El lado a mide 3 cm, el lado b mide 2,7 cm y el ángulo C mide 50 grados.

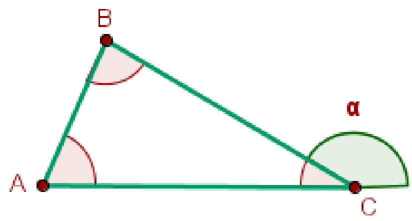
PROPIEDADES DE LOS ÁNGULOS

1. Un **lado** de un **triángulo** es **menor** que la **suma** de los **otros dos** y **mayor** que su **diferencia**.

$a < b + c$
$a > b - c$

2. La **suma** de los **ángulos interiores** de un **triángulo** es igual a **180°**.

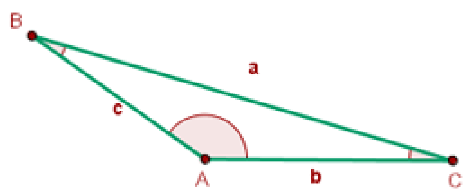
$A + B + C = 180°$



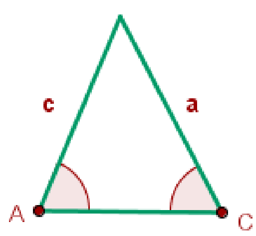
3. El valor de un **ángulo exterior** de un **triángulo** es igual a la **suma** de los **dos interiores no adyacentes**.

α = A + B

α = 180° - C



4. En un **triángulo** a **mayor lado** se opone **mayor ángulo**.



<u>CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS</u>

La congruencia de triángulos se basa en el estudio de la igualdad entre triángulos, es decir, gracias a esto podemos saber si esos dos triángulos o más son congruentes (iguales) entre sí. Dicho de modo sencillo, nos permite comparar varios triángulos y saber si son iguales (si tienen los mismos ángulos en sus vértices y si sus lados miden lo mismo).

Entonces, sabemos que si dos triángulos tienen tres ángulos y tres lados iguales entre si, son iguales (o congruentes), ahora bien, no es necesario en todos los casos verificar uno a uno todos esos elementos. Hay veces que con mirar tres pares de elementos es suficiente, para ello vamos a utilizar los llamados criterios de congruencia, viendo cada una de las posibilidades por separado:

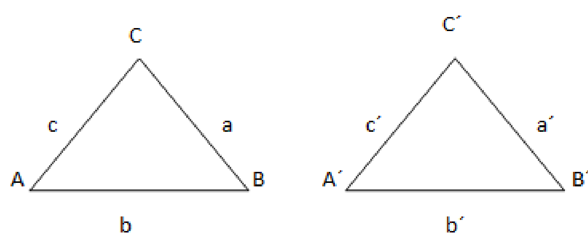
✓<u>CRITERIO LADO, LADO, LADO (LLL)</u>

Considerando dos triángulos de lados a, b y c y a´, b´ y c´, se dice que son congruentes, si sus lados son iguales entre sí, es decir:

a ≡ a´

b ≡ b´

c ≡ c´



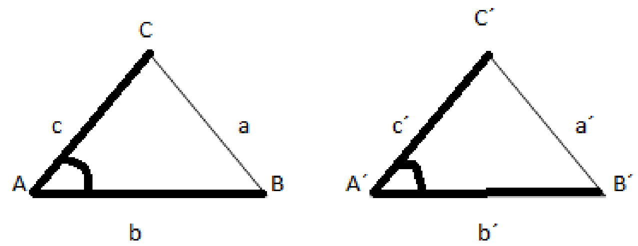
Pista: Las letras en mayúscula denotan los vértices, mientras que las minúsculas se refieren a los lados, mas adelante usaremos letras griegas (beta, gamma) para referirnos a los ángulos, es solo nomenclatura establecida, es decir, es así porque se pusieron de acuerdo entre todos.

✓ CRITERIO LADO,ÁNGULO, LADO (LAL)

a ≡ a´

b ≡ b´

c ≡ c´



Considerando los mismos triángulos de lados a, b y c y a´, b´ y c´ respectivamente, se dice que son congruentes si tienen dos lados iguales y el ángulo que se forma con la unión de estos (en el vértice). En este caso hemos subrayado en negrita los lados congruentes que forman los ángulos α y α´, también congruentes entre ellos, es decir, que tienen la misma amplitud.

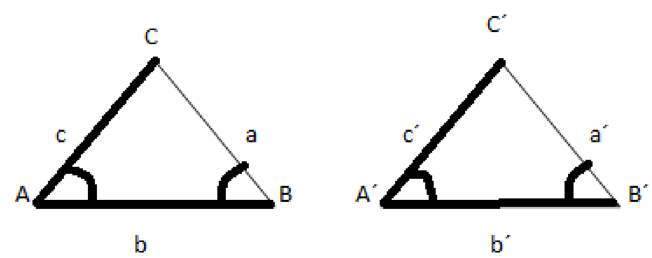
✓CRITERIO ÁNGULO, LADO, ÁNGULO (ALA)

Teniendo un lado igual (que mida lo mismo, es decir, que sea congruente), y con los ángulos que se forman en los extremos de dicho lado también congruentes. A estos ángulos se les denomina adyacentes al lado y los denominaremos α y β y α´ y β´ para los del otro triángulo.

a ≡ a´

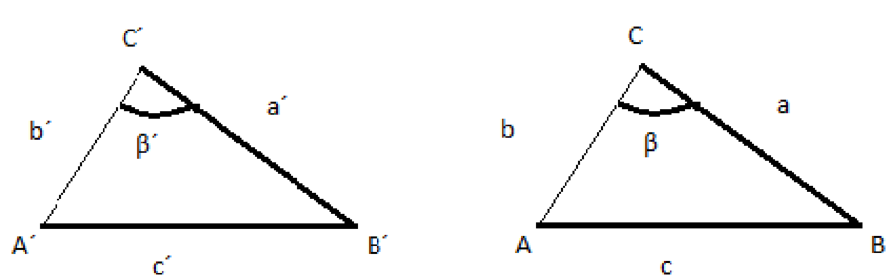
b ≡ b´

c ≡ c´



✓ CRITERIO LADO, LADO, ÁNGULO (LLA)

Con dos lados iguales (congruentes) y los ángulos opuestos al mayor de los lados también son congruentes.



Considerando beta y beta prima ángulo iguales y lo mismo para ay b con sus homónimos a´ y b´.
Por ahora terminamos este tema de congruencia, mis disculpas por la tardanza pero en breve volveré a postear con normalidad.

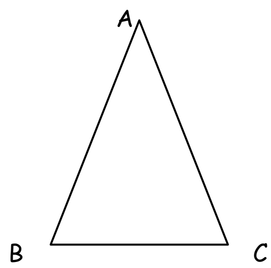
ACTIVIDAD 3

1. ¿Son todos los triángulos equiláteros iguales? Justifica tu respuesta.
2. Dibuja los siguientes triángulos e indica si son iguales:
   a) a = 5, b = 4 y c = 3
   b) a = 5, c = 3 y el ángulo B = 53°

3. Decide si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
   a) Si dos triángulos son iguales, su perímetro también es igual.
   b) Si dos triángulos tienen el mismo perímetro, ambos triángulos son iguales.

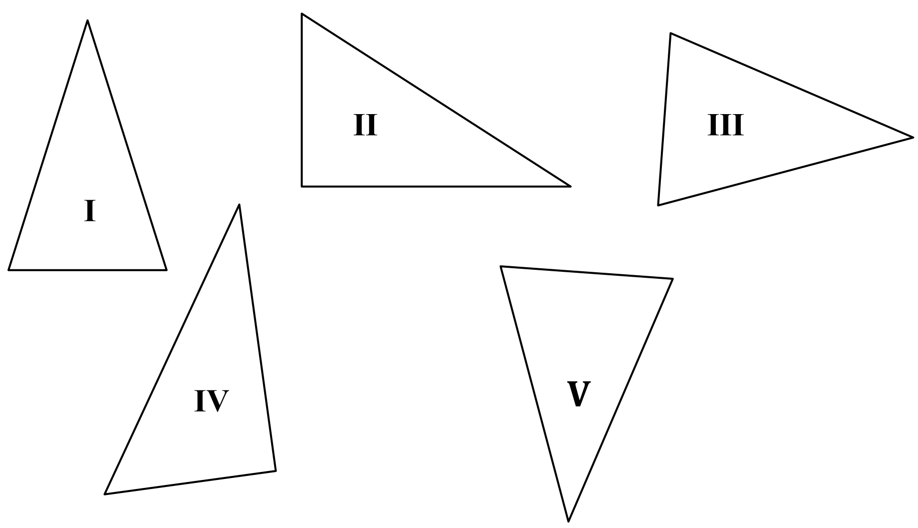
Si alguna de las afirmaciones es falsa, propón un ejemplo para demostrarlo.

4. Dado el Δ ABC



a. Copiando los lados a, b, c construye otro triángulo congruente al Δ ABC.
b. Copiando la longitud del lado c, la del lado b y copiar el ángulo A, ¿Es este triángulo congruente al Δ ABC?
c. ¿Qué otras combinaciones de tres de las seis partes permiten dibujar un triángulo congruente con el Δ ABC?

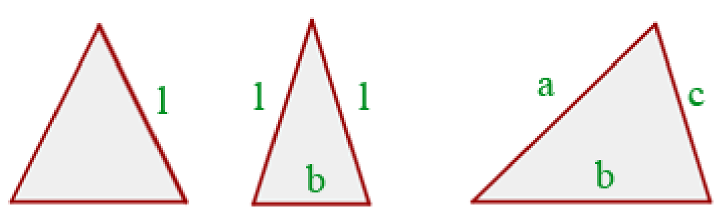
5. Utiliza papel transparente para descubrir las congruencias que se dan en los siguientes triángulos y luego formula las proposiciones de congruencia que correspondan:



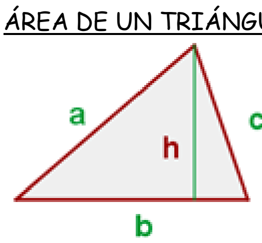
PERÍMETRO DE UN TRIANGULO

Triángulo Equilátero Triángulo Isósceles Triángulo Escaleno

$P = 3 \cdot l$ $\quad P = 2 \cdot l + b$ $\quad P = a + b + c$



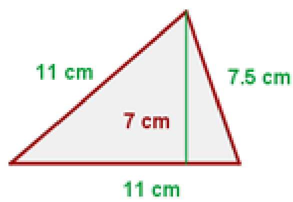
ÁREA DE UN TRIÁNGULO



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Ejemplo

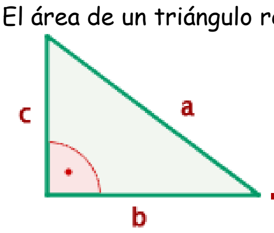
Hallar el área del siguiente triángulo:



$$A = \frac{11 \cdot 7}{2} = 38.5 \text{ cm}^2$$

ÁREA DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO

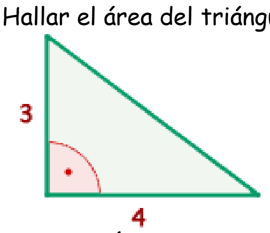
El área de un triángulo rectángulo es igual al producto de los catetos partido por 2.



$$A = \frac{b \cdot c}{2}$$

Ejemplo:

Hallar el área del triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 y 4 cm.



$$A = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

SEMIPERÍMETRO

El semiperìmetro de un triángulo es igual a la suma de sus lados partido por 2.

Se denota con la letra p.

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

FÓRMULA DE HERÓN

La fórmula de Herón se utiliza para hallar el área de un triángulo conociendo sus tres lados.

$$A = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$$

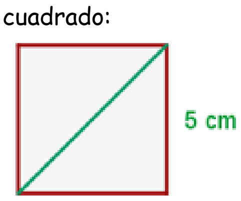
Ejemplo

Hallar el área del triángulo cuyos lados miden 3, 4 y 5 cm.

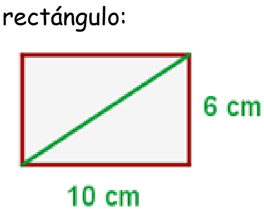
$$p = \frac{3+4+5}{2} = 6 \text{ cm} \quad A = \sqrt{6 \cdot (6-3) \cdot (6-4) \cdot (6-5)} = \sqrt{6 \cdot 3 \cdot 2} = 6 \text{ cm}^2$$

ACTIVIDAD 4

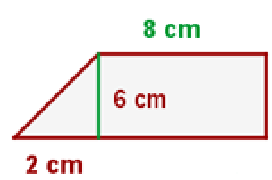
1. Halla la diagonal, el perímetro y el área del cuadrado:



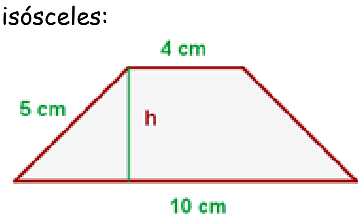
2. Halla la diagonal, el perímetro y el área del rectángulo:



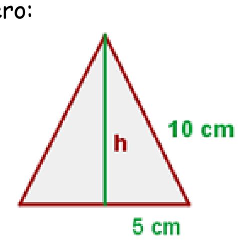
3. Hallar el perímetro y el área del trapecio rectángulo:



4. Hallar el perímetro y el área del trapecio isósceles:



5. Hallar el perímetro y el área del triángulo equilátero:

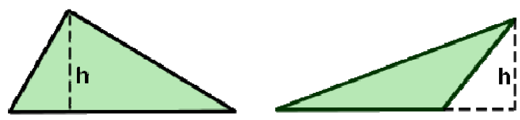


6. Investiga a cerca de la fórmula de Herón y realiza 6 ejemplos donde se pueda evidenciar este teorema.

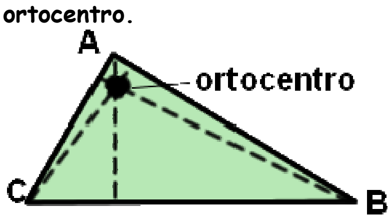
<u>LÍNEAS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO</u>

✓ **<u>Alturas de un triángulo. Ortocentro</u>**

Las **alturas** de un triángulo son las longitudes de los segmentos que pasan por los vértices del triángulo y son perpendiculares a los lados opuestos o a sus prolongaciones.

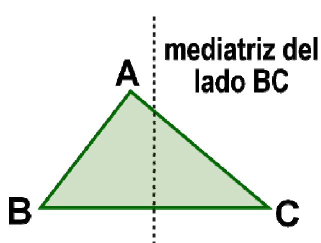


Observa que un triángulo tiene tres alturas, que se cortan en un punto que se denomina **ortocentro**.

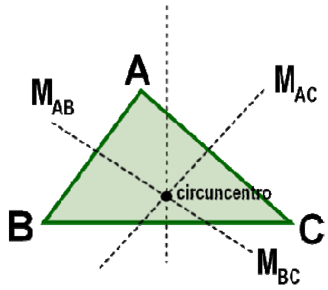


✓ **<u>Mediatrices. Circuncentro</u>**

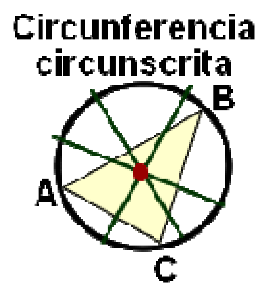
La **mediatriz** de un lado de un triángulo es la recta perpendicular que pasa por el punto medio.



Observa que un triángulo tiene tres mediatrices, las que se cortan en un punto llamado **circuncentro**.

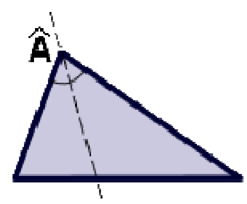


Las tres mediatrices de los lados de un triángulo se cortan en un punto, circuncentro, que equidista de los tres vértices y que es el centro de la **circunferencia circunscrita** del triángulo.

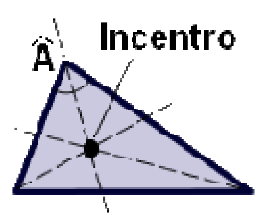


✓ **<u>Bisectrices de un triángulo. Circunferencia inscrita. Incentro</u>**

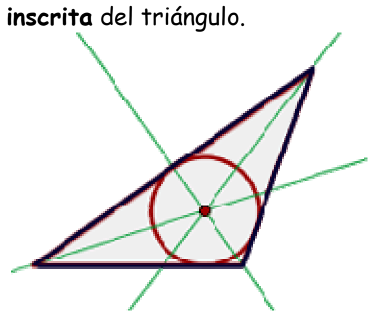
La **bisectriz** de un ángulo es la recta que lo divide en dos partes iguales.



Las tres bisectrices de un triángulo se cortan en un punto llamado **incentro**.

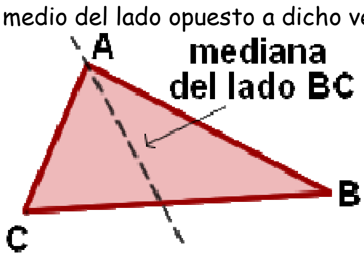


Las tres bisectrices de un triángulo se cortan en un punto, incentro, que equidista de los tres lados y que es el centro de la **circunferencia inscrita** del triángulo.

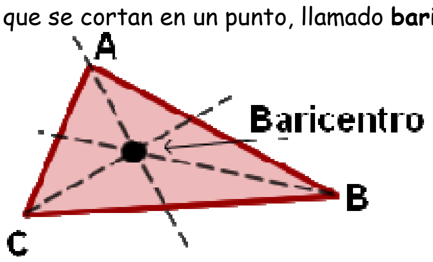


✓ **<u>Medianas de un triángulo. Baricentro</u>**

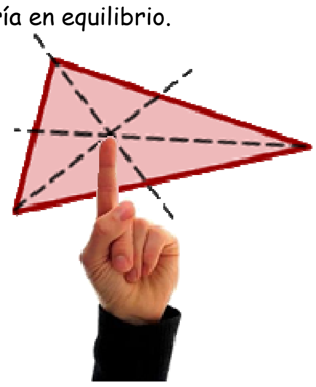
Las **medianas** de un triángulo son las rectas que pasan por un vértice del triángulo y el punto medio del lado opuesto a dicho vértice.



Observa que un triángulo tiene tres medianas, que se cortan en un punto, llamado **baricentro**.



El baricentro es el centro de gravedad del triángulo. Si lo sujetamos por ese punto, se mantendría en equilibrio.

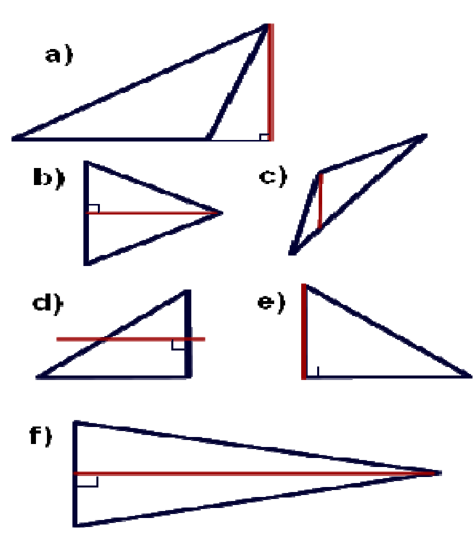


ACTIVIDAD 5

1. Dibuja un triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5 cm. Elige como base el lado que mide 4 centímetros y traza la mediatriz, la altura y la mediana respecto de dicha base. ¿Qué observas?

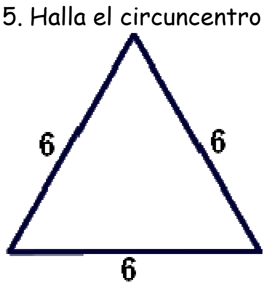
2. Dibuja un triángulo isósceles cuyos lados iguales miden 6 cm y el ángulo que comparten con una medida de 60°. Elige como base el lado que mayor y traza la mediatriz, la altura y la mediana respecto de dicha base. ¿Qué observas?

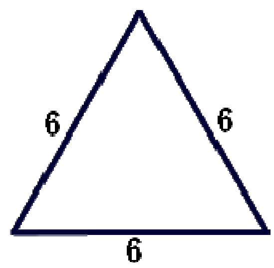
3. Para los siguientes dibujos, indica si la línea roja es mediatriz del triángulo, altura, ambas cosas o ninguna de ellas:



4. Completa las siguientes frases:
a) El punto donde se cortan las mediatrices de un triángulo se llama …………
b) El punto donde se cortan las alturas de un triángulo se llama ……………….
c) El punto donde se cortan las medianas de un triángulo se llama ……….
d) El punto donde se cortan las bisectrices de un triángulo se llama …………

5. Halla el circuncentro del siguiente triángulo:





6. Halla el baricentro del siguiente triángulo:

7. Construye los siguientes triángulos, y trace las líneas y puntos notables que se indican.

CONSTRUYA EL TRIÁNGULO	TRACE LAS LÍNEAS Y PUNTOS NOTABLES
Triangulo obtusángulo (ángulo de 120°) isósceles (lados iguales a 5cm)	Alturas – Ortocentro
Triangulo rectángulo (ángulo de 90°) isósceles (lados iguales a 4cm)	Alturas – Ortocentro
Triangulo escaleno (lados de 4cm, 5cm y 6cm)	Alturas – Ortocentro
Triangulo rectángulo (ángulo de 90°), los lados adyacentes al ángulo recto que mida 4cm y 8cm	Medianas – Baricentro
Triangulo isósceles (lados iguales a 3cm), ángulo entre los lados iguales que mida de 75°	Medianas – Baricentro
Triangulo escaleno (lados de 4cm, 5cm y 6cm)	Medianas – Baricentro
Triangulo equilátero (lados de 6cm)	Bisectriz – Incentro
Triangulo isósceles (lados iguales a 3cm), ángulo entre los lados iguales que mida de 75°	Bisectriz – Incentro
Triangulo rectángulo (ángulo de 90°), los lados adyacentes al ángulo recto que mida 4cm y 8cm	Bisectriz – Incentro

8. Escribe de forma detallada como se construye en un triángulo :
a. La altura
b. La mediana
c. La bisectriz
d. El punto ortocentro
e. El punto baricentro
f. El punto incentro

Fecha: _________________ Nombre del estudiante: ___________________________________
Grado: ____ Maestro: DIANA MARCELA AGUIRRE BERMÚDEZ___________________
Duración: ________
Eje Articulador: Pensamiento aleatorio y sistema de datos

METAS	VALORACIÓN	FIRMA DE ACUDIENTES
• Demuestro el desarrollo de mi capacidad mental aplicada, mediante el manejo de la radicación y logaritmación y sus propiedades, al evidenciar conocimiento en los principios tecnológicos de artefactos utilizados en la cotidianidad escolar. • Desarrollo procesos lógicos del pensamiento para aprender sobre igualdades con una o más variables de exponente uno, mejorando mis operaciones intelectuales. • Mejoro mi voluntad al demostrar hábitos que me permitan la apropiación y ejercitación del conocimiento de los números reales y las expresiones algebraicas.		

UNIDAD 2: CONCEPTOS BASICOS SOBRE ESTADISTICA.

INTRODUCCION.

El estudio de la estadística es necesario para todos nosotros; cualquiera que sea la actividad que desarrolle una persona, encontrará que siempre caben aplicaciones estadísticas en ella. Desde su infancia usted aplica en sus juegos **pensamiento estadístico,** así: en juegos colectivos al escoger a su compañero buscaba el más frecuente ganador. Para que estudiar estadística le resulte fácil, agradable y provechoso se recomienda acostumbrarse al pensamiento estadístico y practicarlo constantemente. Si alguien dice **"fui el mejor de mi grupo"**, piense entre cuántos y cuánto mejor que los otros, y que sentido tiene la expresión "el mejor". La mayor parte de los acontecimientos que diariamente ocurren en la sociedad, se encuentran estrechamente ligados a la concepción de número y medida. Es tan cierto esto que podríamos afirmar sin temer a equivocarnos, que la mayor parte de las actividades del hombre o de las instituciones por no decir que todas, sin importar la función que desarrollen, están afectadas en mayor o menor grado por decisiones basadas en antecedentes de tipo cuantitativo o cualitativo.

USO DEL TERMINO ESTADISTICA.

Existen dos conceptos muy generalizados; uno dice que la estadística es la técnica que se utiliza para recolectar, elaborar, analizar e interpretar datos. El otro concepto dice que la estadística o estadísticas, se le atribuyen a un conjunto de informaciones con respecto a un trabajo determinado, así:

- Las estadísticas de los estudiantes que ingresaron este año a las universidades de la ciudad de Cali.
- La estadística de los analfabetas en Colombia.
- La estadística de las enfermedades más comunes en los adultos mayores.
- La estadística de los estudiantes universitarios que trabajan.

En resumen, el término estadística, hace referencia a todas aquellas informaciones que aparecen en publicaciones en forma de cifras, cuadros o gráficas, las cuales han sido ordenadas para mostrar el comportamiento de un hecho que ha sido objeto de estudio.

TERMINOS ESTADÍSTICOS:

ESTADÍSTICA: es una agrupación de datos ordenados en forma sistemática en cuadros y/o gráficos.
POBLACIÓN: es el conjunto de todos los elementos, medidas, individuos u objetos con características similares.

Ejemplo: Todos los habitantes de un país en edad de votar.
Todos los alumnos del colegio Americano, con cabello negro.

La población puede ser finita si sus elementos se pueden contar fácilmente (como los alumnos de un colegio, los libros de una biblioteca, el ganado de una región, etc.), o **infinita** si se refiere a una población con un número tan grande de elementos que es imposible someter a medida o conteo a cada uno de ellos (como los habitantes de un país. El número de habitantes de un país es aproximado).

Cuando se miden cualitativamente las características de una población deben resultar **categorías exhaustivas**, es decir que se pueda clasificar toda la población y **mutuamente excluyentes**, es decir, que un mismo elemento no puede pertenecer simultáneamente a dos o mas categorías.

ACTIVIDAD 1

1. Escriba 5 ejemplos donde se aplique el término estadística de…
2. Escriba 3 ejemplos de población finita y 3 de población infinita.
3. Consulte cuales son **las ramas de la estadística.**
4. En una encuesta sobre el estado civil de una población, las preguntas son: soltero, casado, diga: que categorías debe agregar para que sean exhaustivas y mutuamente excluyentes?
5. Si en una investigación en un supermercado usted clasifica a los usuarios en las siguientes categorías: "A" personas que compran, "B" personas que entran al supermercado, diga si se pueden sumar los datos obtenidos justificando su respuesta.
6. En una biblioteca investigan a los lectores dos encuestadores: el uno a los que consultan simultáneamente menos de tres libros, el otro a los que consultan más de tres libros. Diga si las categorías son exhaustivas.

MUESTRA: es una selección de algunos elementos de la población, que contiene características iguales a la que no quedó seleccionada. Las observaciones o resultados obtenidos serán aplicables a la población o universo.
La muestra es aleatoria si cada uno de los elementos tiene una oportunidad igual e independiente de ser elegido (muestra representativa). En el caso de que algunos elementos de la población tengan más probabilidad de representación que otros, la llamaremos **muestra no aleatoria.**
Estudiar todos los elementos de una población es hacer un **censo.**
DATOS: son medidas, valores o características susceptibles de ser observados y contados. Un dato es el registro de una información.
Ejemplo: En un grupo de **n** personas al medir sus estaturas respectivas, cada medida es un dato, así la estatura de Juan puede ser 1,65 metros, la de Marta 1,62 metros, etc.
En cuánto a marcas de automóviles, cada marca es un dato: Ford, Mazda, Chevrolet, Renault, BMW, etc.…

VARIABLES.
Una variable es una característica que puede tener diferentes valores en los distintos elementos o individuos de una muestra determinada; como por ejemplo: Color preferido, estatura, edad, estado civil, profesión, etc.
Al observar el comportamiento de una variable se obtiene un conjunto de datos que llamaremos **espacio muestral** y cada uno de sus elementos se llama **suceso elemental**.
Las variables según su naturaleza pueden ser **cualitativas o cuantitativas.**

VARIABLE CUALITATIVA: es aquella que genera datos expresados con palabras denotando cualidades o atributos como por ejemplo el sexo, estado civil, nacionalidad, clase social, evaluación de una lectura, etc.
La variable cualitativa puede ser de **medición nominal** si sus datos generados no implican orden al enunciarlos y se agrupan en **categorías**; por ejemplo, la variable "estado civil" es cualitativa no ordenable y sus categorías son: Casado, soltero, separado, unión libre, viudo.
La variable cualitativa es de **medición ordinal** si sus datos generados implican un orden (creciente o decreciente) y se agrupan en **rangos;** por ejemplo, la variable "rendimiento académico" es cualitativa ordenable y sus rangos son: Deficiente, insuficiente, aceptable, sobresaliente, excelente.
VARIABLE CUANTITATIVA: es aquella que genera datos expresados con números que denotan conteos o medidas, por ejemplo; la edad, número de hermanos, la estatura, número de alumnos, la longitud, el peso, etc.
Las variables cuantitativas son continuas si sus datos resultan de una **medición** y admiten valores entre dos enteros consecutivos (decimales); por ejemplo, la estatura de una persona puede ser 1,76 metros o 1,8 metros dependiendo de la exactitud de medida.
Las variables cuantitativas son discretas cuando sus datos resultan de un **conteo**, por lo tanto admiten solo valores enteros; como, el número de hermanos, población de los países suramericanos, puntaje alcanzado en un concurso, etc.
Las variables **discretas** son de **medición ordinal**.
Las variables **continuas** son de **medición por intervalos**.

ACTIVIDAD **2.**

1. Clasifica las siguientes variables en continuas o discretas:
Peso, edad, estatura, tiempo, horas de sueño, número de mascotas, medida de cantidad de lluvia, estrato socioeconómico, escalafón del magisterio, longitud de 30 varillas, matricula.

2. Clasifica las siguientes variables en cualitativas o cuantitativas especificando el nivel de medición de cada una:
Color de ojos, tiempo de los participantes en una competencia, número de alumnos por nivel en un colegio, pasatiempos, clase social, niveles en las pruebas ICFES, longitud de 40 varillas de acero.

3. Determine las categorías de las siguientes variables:
Religiosidad, sexo, nacionalidad, profesión, tipo de líder, nivel de reconocimiento de animales en un grupo de niños.

4. Enumere algunos campos de aplicación de la estadística.

5. En cada uno de los siguientes enunciados identifica:
- La población estadística.
- La variable estadística.
- Dar dos datos e indicar si son datos numéricos o cualitativos.

a. En una investigación para estudiar las habilidades de los estudiantes de 10 a 12 años de edad de la ciudad, se propuso una prueba a 500 estudiantes.
b. Una finca de café tiene cultivados 50.000 arbustos de esta rubiácea. Con el fin de estudiar como los ha afectado la roya se tomaron 1.000 de ellos.
c. Jorge en muy aficionado al fútbol. Desea hacer una encuesta en el colegio para verificar si es verdad que el atlético Nacional es el equipo de las preferencias en Antioquia.
d. Natalia anota la temperatura cada hora del día martes para ver como varía.
e. Un alumno quiere averiguar en su colegio cual es el programa de televisión que más se ve y escoge 6 estudiantes de cada grupo para obtener la información.

FRECUENCIAS.

Frecuencia absoluta: es el número de veces que se repite un dato o registro de la variable, así, al preguntársele por su edad en años a un grupo de 11 niños respondieron: 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10 la frecuencia de la edad 9 años es 4 (se repitió 4 veces).
La frecuencia absoluta se simboliza con las letras minúsculas ***f*** o n_i.
La suma de las frecuencias absolutas es igual al total de la muestra (N): $\sum f = N$
Frecuencia relativa (decimal o porcentual): es el cociente obtenido entre la frecuencia de cada dato y el total de la muestra. La simbolizamos con las letras minúsculas ***fr*** o h_i
Así, $fr = f/N \times 100\%$ y $\sum fr = 100\%$.
Frecuencias acumuladas: se obtienen sumando una a una **las frecuencias absolutas y relativas** cuando la variable es de **medición ordinal o por intervalos**. Se simbolizan respectivamente con las letras mayúsculas N_I y H_I.

Para el ejemplo de las edades de los 11 niños tenemos:
Titulo: Edades de un grupo de niño.

EDAD	n_i	h_i %	N_I	H_I %
7	2	18,2	2	18,2
8	3	27,3	5	45,5
9	4	36,4	9	81,9
10	2	18,2	**11**	**100**
TOTAL	**11**	**100**		

Fuente: Datos primarios.

DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS Y GRAFICAS SEGÚN EL NIVEL DE MEDICION DE LA VARIABLE.

Los datos o registros de la variable seleccionados de una muestra, se organizan en una tabla o distribución de frecuencias por categorías o por rangos según como se clasifique la variable (nivel de medición nominal, ordinal o por intervalos).

VARIABLE ESTADISTICA: es una característica que puede tomar cualquier valor en los distintos elementos o individuos de una muestra o población determinada.

ARIABLES →
- **CUALITATIVAS** Cualidades- atributos →
  - **NOMINAL–Categorías**, no orden (Estado civil**)**
  - **ORDINAL – Rangos,** ordenable (Clase social)
- **CUANTITATIVAS** Datos numéricos →
  - **DISCRETAS – Conteo, Enteros** (Estrato socioeconómico) **MEDICION ORDINAL**
  - **CONTINUAS – Medición, Reales** (Estatura, peso, salario) **MEDICION POR INTERVALOS**

A. MEDICION NOMINAL

Variable cualitativa no ordenable.

Ejemplo: Los 150 empleados de la empresa "A", se clasifican según su estado civil y sexo así:
50 solteros (28hombres, 22 mujeres), 62 casados (52 hombres, 10 mujeres), 22 separados (17 hombres, 5 mujeres), 4 viudos (3 hombres, 1 mujer), 12 unión libre (10hombres, 2 mujeres).

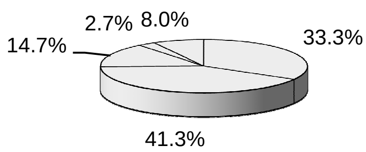
CLASIFICACION DE LOS 150 EMPLEADOS DE LA EMPRESA "A" SEGÚN ESTADO CIVIL. DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS POR CATEGORIAS.

ESTADO CIVIL	EMPLEADOS	FRECUENCIA RELATIVA %
1. Solteros	50	33,3
2. Casados	62	41,3
3. Separados	22	14,7
4. Viudos	4	2,7
5. Unión libre	12	8
TOTAL	**150**	100

Fuente: Departamento de Personal

La información que da la tabla de frecuencias, para datos con nivel de medición nominal, puede mostrarse también graficando la distribución de frecuencias en un diagrama circular o en un diagrama a barras.

DIAGRAMA CIRCULAR: Repartimos en un círculo las categorías en sectores, haciendo corresponder proporcionalmente sus frecuencias relativas respectivas (multiplicando cada frecuencia relativa por $3{,}6^0$.



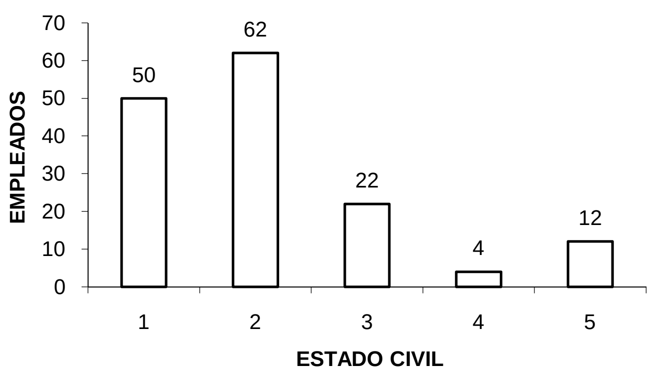


DIAGRAMA A BARRAS: Está formado por rectángulos o barras cuyas alturas representan las frecuencias absolutas o relativas de cada categoría. La base de las barras tendrá el mismo ancho, dispuestas separadamente en posición vertical sobre el eje horizontal, identificado con el nombre de la variable.

Las gráficas de barras también se utilizan para variables ordinales (orden, puestos) y variables cardinales (años).

EJERCICIO 3.

- Para el ejemplo anterior elabore una Tabla de frecuencias y gráfica de barras que muestre estado civil y sexo (distribuya el eje de las frecuencias de 5 en 5)
- Que porcentaje **de los empleados** son: casados? Mujeres solteras?
- Que porcentaje **de las mujeres** son: casadas? , viven en unión libre?
- Que porcentaje **de los hombres** son: solteros? , separados?

B. MEDICION ORDINAL

Variable cualitativa ordenable o variable discreta.

La tabla de frecuencias tendrá el siguiente encabezado:

TITULO: ____

VARIABLE X_i	**F. ABSOLUTA** n_i	**F. RELATIVA** h_i	**F. ACUMULADAS**	
			N_I	H_I
RANGOS				

Fuente:_______________________________

Ejemplo: Supongamos que el número de estudiantes de sexto grado de educación básica en la Comuna 9 de Cali es 3000. Se desea conocer el nivel de rendimiento en matemáticas mediante un examen calificado como deficiente (nota 1), insuficiente (2), aceptable (3), sobresaliente (4) y excelente (5). Por motivo de tiempo y personal disponible se toma la decisión de evaluar el 10% de los estudiantes seleccionados aleatoriamente (300 estudiantes), obteniéndose el siguiente resultado:
20 excelentes, 80 sobresalientes, 120 aceptables, 50 insuficientes y 30 deficientes.

DISTRIBUCION DE LAS VALORACIONES EN MATEMATICAS A UN GRUPO DE 300 ESTUDIANTES DE LA COMUNA 9 DE CALI.

VALORACION NOTAS	n_i ALUMNOS	h_i %	N_i	H_i %
1. **Deficiente**	30	10,0	30	10,0
2. **Insuficiente**	50	16,7	80	26,7
3. **Aceptable**	120	40,0	200	66,7
4. **Sobresaliente**	80	26,7	280	93,4
5. **Excelente**	20	6,7	300	100
TOTAL	300	100		

Fuente: Datos primarios.

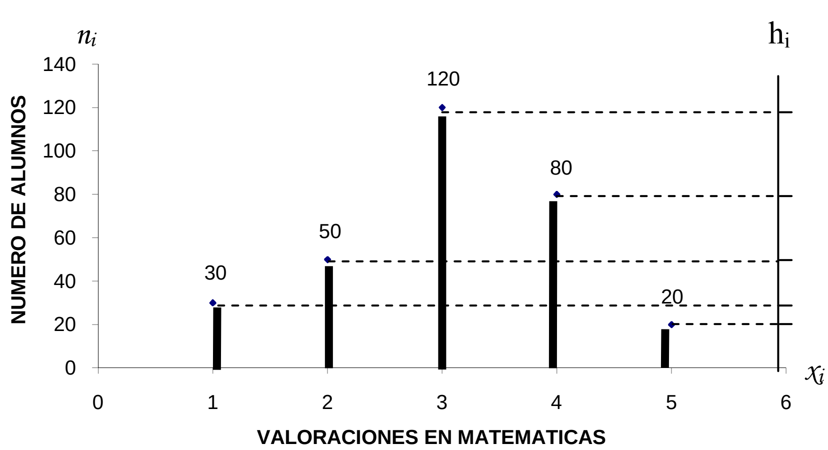
Observamos que:

* 80 alumnos (26,7%) sacaron nota sobresaliente (4).
* 200 alumnos (66,7%) sacaron nota por debajo de sobresaliente (hasta 3)
* El 73,3% de los alumnos (220) ganaron la prueba.
* El rendimiento en matemática de los alumnos de 6° de la Comuna 9 de Cali es **ACEPTABLE.**

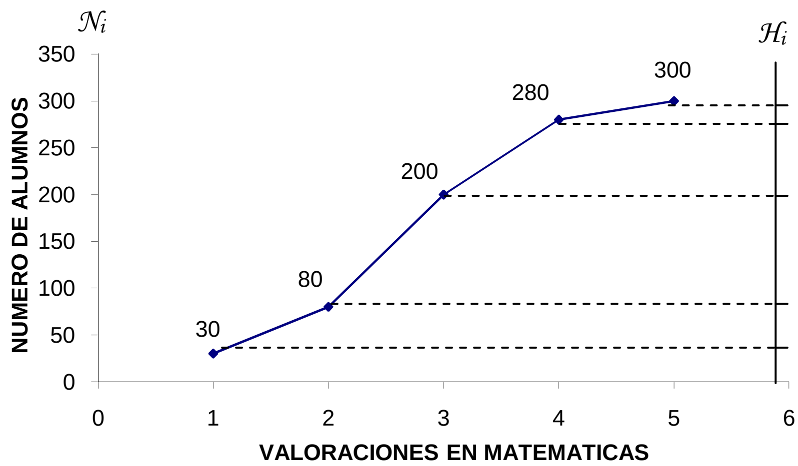
***<u>PENSAMIENTO CRITICO</u>**: Aproximadamente cuántos alumnos de la comuna 9 son sobresalientes en matemáticas?, cuántos tendrían rendimiento aceptable?, cuántos perderían la prueba?.

Las tablas de frecuencias de medición ordinal se pueden representar mediante **gráficos a segmentos, polígonos de frecuencias o en histogramas por rangos.**
Los polígonos de frecuencias absolutas y relativas acumuladas se llaman **OJIVAS** (determinan valores por debajo de… o menores que…)

<u>DIAGRAMA A SEGMENTOS:</u> Se construyen un par de ejes perpendiculares, colocando en el eje horizontal los valores X_i que toma la variable y en el eje vertical se distribuye proporcionalmente las frecuencias absolutas, relativas o acumuladas. En cada punto de X_i se levanta un segmento de altura igual a la frecuencia correspondiente. Así:



<u>POLÍGONOS DE FRECUENCIAS:</u> Se obtiene uniendo con segmentos los puntos correspondientes a las frecuencias de cada X_i. Si el polígono es de frecuencias acumuladas, su gráfica se llama **OJIVA**
Así:



ACTIVIDAD 4: Tras encuestar a 25 familias sobre el número de hijos que tenían, se obtuvieron los siguientes datos,

Nº de hijos(X_i)	0	1	2	3	4
Nº de familias(n_i)	5	6	8	4	2

Realizar tabla de frecuencias, diagrama de segmentos y ojiva. Hacer algunas interpretaciones. Piense cuál sería la moda, la mediana y la media para esta muestra de variable discreta.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL PARA MUESTRAS DE VARIABLE DISCRETA.

Un **promedio** es un valor que es típico o representativo de un conjunto de datos y generalmente tiende a ubicarse en el centro del conjunto de datos ordenados, por eso reciben el nombre de **medidas de tendencia central**; como **la moda, la mediana y la media.**

LA MODA (Mo)= $\hat{X}$.

La moda es el dato que más se repite, el más popular, que tiene una mayor frecuencia en una distribución, indicando el porcentaje correspondiente.

Es posible que en una muestra de datos sin agrupar o en una tabla de frecuencias, existan dos modas (bimodal) o más (plurimodal o multimodal) y seria cuestionable utilizar las 3 o más modas para representar la tendencia central.

Ejemplo: En la serie de valores 1, 3, 5, 5, 6, 6, **7, 7, 7**, 8, 8, 9 la moda es 7, por ser el valor que tiene mayor frecuencia (3) y escribimos Mo= $\hat{X}$ = 7

En cambio en el conjunto de 6 observaciones cuyos valores son 6, 8, 6, 10, 5, 10 se presentan dos valores que tienen mayor frecuencia, 6 y 10. En este caso hay dos modas.

Ejemplo: Moda para datos agrupados.

La moda se utiliza para cualquier nivel de medición (nominal, ordinal o de intervalos).En el nivel de **medición nominal u ordinal** la moda es la categoría o rango con mayor frecuencia.

La moda en la tabla del ejemplo 2 es VALORACION ACEPTABLE (120) y en la tabla del estado civil la moda entre los empleados es ser CASADO (62).

LA MEDIANA (Me) = $\tilde{X}$

La mediana es el valor (dato) que aparece en la "mitad" de una serie ordenada de datos. Divide la distribución en dos partes iguales, de tal manera que la mitad de los datos está por debajo y la otra mitad por encima de la Me...

Ejemplo: Mediana para datos no agrupados

Si el número de datos en la muestra es N, la mediana es el valor que ocupa el sitio (N + 1) / 2; así:

Los ingresos por hora de los empleados en una oficina son (en miles de pesos):

3,5 2,4 5,8 4,9 5,0 2,8 4,6

Para identificar la mediana, primero ordenamos los datos en forma creciente o decreciente:

2,4 2,8 3,5 4,6 4,9 5,0 5,8 $\Rightarrow$ N = 7

$\Rightarrow$ Me = $\tilde{X}$ $\Rightarrow$ (N +1) / 2 = (7 + 1) / 2 = 4° puesto $\Rightarrow$ Me = = $ 4600

INTERPRETACION: El 50% de los empleados tienen ingresos por hora por debajo de $4600.

NOTA: Si el número de datos N es par, procedemos así:

En un grupo de niños con 3 años cumplidos, sus pesos en kilogramos son los siguientes (ordenados):

13,6 13,6 13,7 **13,8** **13,9** 14,0 14,3 15,6 $\Rightarrow$ N = 8

⇒ La posición de la Me = $\tilde{X}$ es (N + 1) / 2 = (8 + 1) / 2 = 4.5 puesto (entre el 4° y el 5° puesto)
Esto significa que la Mediana está entre 13,8 y 13,9; para hallar el valor que esta en la mitad sumamos y dividimos entre 2:

⇒ Me = $\tilde{X}$ =(13,8 + 13,9) / 2 = 13,85 Kg.

INTERPRETACIÓN: El 50% de los niños tiene un peso por debajo de 13,85 Kg.

Ejemplo: Mediana para datos agrupados

La mediana es una medida de tendencia central propia de los niveles de medición ordinal y por intervalos.

En la tabla de frecuencias de medición ordinal la mediana es el primer valor de la variable x_i que corresponde a la frecuencia absoluta acumulada N_i, inmediatamente superior a la mitad del número de datos (N / 2).

En el caso que N / 2 coincida con una frecuencia acumulada, promediamos el dato correspondiente con el siguiente, así:

x_i	n_i	N_i	$n_i.x_i$
7	10	10	
8	14	24	
9*	30	54	
10	20	74	
11	10	84	
N	84		//

N/2=84/2=42

⇐ Me = $\tilde{X}$ = 9

x_i	n_i	N_i	$n_i.x_i$
1	5	5	
2	7	12	
*3	13	25	
*4	18	43	
5	7	50	
N	50	////// /	

N/2=50/2= 25

⇐=(3+4)/2=7/2

Me= $\tilde{X}$ =3,5

Interprete la mediana en cada caso.

*____

*____

LA MEDIA ARITMETICA. $\bar{X}$

La media aritmética llamada también ***PROMEDIO*** de un conjunto de datos (discretos o continuos) x_1, x_2,..., x_n viene dada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Donde $\sum x_i$ = Suma de todos los datos y n = Es el número de datos

Así la media aritmética de los números 7, 5, 6, 4, 2, 1 es:

$\bar{X}$ = (7+5+6+4+2+1) / 6 = 25 / 6 = 4.17

La media aritmética ponderada:

Permite calcular la media x teniendo en cuenta la importancia de cada dato (Su frecuencia) sobre el total; multiplicando cada valor x_i por su respectiva frecuencia f_i y la suma de estos productos se divide por el número total de valores n

⇒

$$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{n} = \frac{\sum x_i f_i}{n}$$

En una tabla de frecuencias de medición ordinal, x_i es el dato de la variable y n_i es la frecuencia respectiva.

<u>ACTIVIDAD 5</u>:

a) **Invente una situación problema para las tablas a) y b) del ejemplo 6. H**alle la media aritmética, la moda y la mediana interpretando cada una. Interprete n_3 h_4 N_3 H_4. Para cada una dibuje el diagrama de segmentos y la Ojiva.

b) Las calificaciones sobre un máximo de 10 puntos, obtenidas por un grupo de 12 alumnos fueron:
En historia: 6, 4, 7, 3, 8, 4, 7, 2, 3, 4, 5, 6
En filosofía: 4, 6, 8, 4, 5, 6, 5, 7, 6, 5, 4, 4
Hallar la mediana y la media en cada materia. Cuál es el promedio general en ambas materias?

c) En tres cursos de un mismo nivel los promedios de las calificaciones fueron 36, 41, 38; si los cursos tienen respectivamente 34, 30, y 36 alumnos, halle la calificación promedio entre los tres cursos.

d) Las valoraciones de 1 a 10 en matemáticas de un grupo de 35 alumnos son:
7 – 6 – 9 – 7 – 8 – 7 – 8 – 9 – 7 – 6 – 9 – 7 – 6 – 6 – 5 – 9 – 8 – 9 – 7 – 6 – 9 – 7 – 8 – 7 – 7 – 6 – 5 – 4 – 5 – 7 – 6 – 5 – 7 – 4 – 5
Realice una tabla de frecuencias (ordinal). Halle e interprete la moda, la mediana y la media. A la tabla de frecuencias con variable cuantitativa agréguele a la derecha la columna $n_i.x_i$ para determinar la media o promedio de la muestra. Dibuje el diagrama de segmentos y la ojiva.

e) Supongamos que Alejandra presenta un examen para ser admitida en un programa de ingeniería el cual contiene las siguientes materias con el porcentaje de importancia y su nota respectiva:

MATERIA	**PORCENTAJE**	**NOTA**	**PONDERADO**
Física	25%	4,0	________
Español	15%	4,5	________
Aptitud verbal	5%	3,5	________
Ciencia biológicas	5%	4,3	________
Matemáticas	50%	3,7	________

Si el promedio de admisión es de 4 ó más, será admitida en la universidad? Si todas las materias tienen la misma importancia, será admitida?

ACTIVIDAD 6.

Elabore distribución de frecuencias y gráficos adecuados, según el nivel de medición de la variable, para los siguientes casos. Recuerde dar titulo y fuente a cada tabla. :

1. En una encuesta por teléfono a 162 personas sobre la prensa que más leen, en una comuna de la ciudad de Cali, arrojó los siguientes resultados:
El País 20, El Tiempo 40, El Caleño 52, El Espectador 35, Occidente 10, y La Patria 5.
Fuente Publidatos.

2. Se evaluó el reconocimiento de animales a un grupo de 60 niños de 4 años cumplidos. Los resultados se conocieron como las frecuencias relativas porcentuales así:
Excelentes 15%, Sobresalientes 25%, Aceptables 50% y Deficientes 10%.

3. En una encuesta a fumadores sobre la marca de cigarrillos preferido, cada uno respondió por una sola marca, así:
Imperial 12, Marlboro 30, Pielroja 16, Royal 28, Lucky 10.
Represente la información en un diagrama circular y en un diagrama de barras.

4. En el registro de faltas de asistencia al colegio, de un curso de 42 alumnos durante un año escolar se obtuvo el siguiente espacio muestral:
3, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 5, 3, 4, 1, 2, 3, 2, 5, 1, 3, 3, 3, 2, 4, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 5, 6, 3, 4, 4, 1, 0, 0.
Cuántos alumnos faltaron más de 4 veces? Que porcentaje de alumnos faltaron 5 veces?, etc. Represente la información en un diagrama de líneas (de frecuencias absolutas y de frecuencias acumuladas).

5. La muestra corresponde a las notas de 1 a 5 en la evaluación final de matemática del curso 9° del Colegio República de Argentina:
1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 2 3 4 5
2 3 4 2 3 4 2 3 3 3.

Identifique la clase de variable.
Realice tabla de frecuencias adecuada.
Muestre la información en un diagrama circular y en un diagrama de barras.
Muestre la información en un diagrama de líneas para frecuencias absolutas y para frecuencias acumuladas (OJIVA).
Interprete n_3 h_4 N_3 H_4.

6. La sección de cobro de una empresa comercial registra los días de mora en el cumplimiento de sus obligaciones, en un mes, a 64 deudores. Los resultados son:

0 4 4 5 3 5 0 3 3 0 4 2 0 1 5 3 3 0 0 0 2 0 0 2 0 1
5 2 1 0 5 3 5 3 1 3 5 1 5 0 4 4 0 5 1 1 0 1 1 5 2 1
1 3 2 3 5 3 2 5 5 1 4 4.

a. Elabore distribución de frecuencias adecuada.
b. Realice gráficos: Circular, barras, segmentos, líneas, Ojiva.
c. La empresa da 3 días de gracia en los cuales no se cobra intereses por mora. Que porcentaje de los deudores tendrá que pagar intereses?
d. Cuántos clientes presentan mora de 2 o menos días? Cuántos, mas de 2 días?